අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2018

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

Curriculum
Assessment
&
Evaluation
Teaching
Learning
N E T S

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව,
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2018

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

Curriculum
Assessment
&
Evaluation
Teaching Learning
N E T S

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

සංයුක්ත ගණිතය

ඇගයීම් වාර්තාව - අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2018

හැඳින්වීම

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය, ශ්‍රී ලංකාවේ ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනයේ අවසාන සහතිකකරණ විභාගයයි. ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනය අවසානයේ සිසුන්ගේ සාධන මට්ටම සහතික කිරීම මෙම විභාගයේ ප්‍රධාන අරමුණ වුව ද ජාතික විශ්වවිද්‍යාලවලට, වෙනත් උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය පුහුණු ආයතනවලට මෙන් ම ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨවලට සුදුස්සන් තෝරා ගැනීම ද මෙම විභාගයේ ප්‍රතිඵල මත සිදු කෙරෙන බැවින් සාධන පරීක්ෂණයක් වශයෙන් මෙන්ම තේරීමේ පරීක්ෂණයක් වශයෙන් ද අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය, ඉතා වැදගත් තත්ත්වයක් උසුලයි. එමෙන්ම තෘතීයික මට්ටමේ රැකියා සඳහා ද ප්‍රවේශ සුදුසුකම් සහතික කෙරෙන විභාගයක් වශයෙන් මෙය පිළිගැනේ. 2018 වර්ෂයේ දී මෙම විභාගය සඳහා නව නිර්දේශය යටතේ 218191 ක් පාසල් අපේක්ෂකයන් ද, 48920 ක් පෞද්ගලික අපේක්ෂකයන් ද පෙනී සිටියහ.

මෙම විභාගයෙන් උසස් සාධන මට්ටමක් ලබා ගැනීම සඳහා සිසුහු ද ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා සපුරාලීම සඳහා ගුරුවරු හා දෙමව්පියෝ ද දැඩි වෙහෙසක් දරති. මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස්කර ඇත්තේ ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා ඉටුකරගැනීම පිණිස ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ සහාය දීමක් වශයෙනි. මෙම ඇගයීම් වාර්තාවේ ඇතුළත් තොරතුරු විභාග අපේක්ෂකයන්ට, ගුරු භවතුන්ට, විදුහල්පතිවරුන්ට, ගුරු උපදේශක මහත්ම මහත්මීන්ට, විෂයභාර අධ්‍යක්ෂවරුන්ට, දෙගුරුන්ට හා අධ්‍යාපන පර්යේෂකයින්ට එක සේ ප්‍රයෝජනවත් වනු නොඅනුමාන ය. එබැවින් මෙම වාර්තාව වැඩි පිරිසකගේ පරිශීලනය සඳහා යොමු කිරීම වඩාත් සුදුසු වේ.

මෙම ඇගයීම් වාර්තාව, I, II හා III යනුවෙන් කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ.

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි විෂයය අභිමතාර්ථ හා විෂයය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ I කොටසෙහි අඩංගු වේ. ඒ යටතේ විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව, ඔවුන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, දිස්ත්‍රික් මට්ටමින් පාසල් අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව ලකුණු ව්‍යාප්තිය යන විෂයය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු ද සංයුක්ත ගණිතය විෂයයේ I හා II පත්‍රවල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය, එම ප්‍රශ්නවලට හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට ලබා ගත් නියැදියකට අනුව ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය සවිස්තරාත්මකව දැක්වෙන විෂයය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණයක් ද අන්තර්ගත වේ. අ.පො.ස. (උ.පෙළ) 2018 විභාගයේ සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න හා එම ප්‍රශ්නවලට අපේක්ෂකයන් පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ II කොටසෙහි අඩංගු වේ. ඒ යටතේ I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා සංවර්ධනාත්මක යෝජනා අන්තර්ගත වේ.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව මගින් උත්තර පත්‍ර ඇගයීමේ නිරත වූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන් විසින් ඉදිරිපත් කරනු ලබන තොරතුරු, නිරීක්ෂණ, අදහස් හා යෝජනා ද සම්භාව්‍ය පරීක්ෂණ න්‍යාය (Classical Test Theory) හා අයිතම ප්‍රතිචාර න්‍යාය (Item Response Theory) යොදාගනිමින් අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිචාර විශ්ලේෂණය මගින් ලබාගත් තොරතුරු ද මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස් කිරීම සඳහා පදනම් කරගෙන ඇත.

ප්‍රශ්න පත්‍රවල එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේ දී අපේක්ෂකයන් සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු ද ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් කාර්යය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා ද මෙම වාර්තාවෙහි III කොටසෙහි ඇතුළත් කර ඇත. විවිධ නිපුණතා හා එම නිපුණතා මට්ටම්වලට ළඟාවීම සඳහා ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සංවිධානය කරගත යුතු ආකාරය පිළිබඳ ව මෙයින් මහත් පිටිවහලක් ලැබෙනු ඇතැයි සිතමි.

ඉදිරියේ දී සම්පාදනය කරනු ලබන ඇගයීම් වාර්තාවල ගුණාත්මක වර්ධනයක් ඇති කිරීම සඳහා ඵලදායී අදහස් හා යෝජනා අප වෙත යොමුකරන ලෙස කාරුණික ව ඉල්ලමි.

මෙම වාර්තාව සැකසීම සඳහා අවශ්‍ය තොරතුරු සැපයූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන පරීක්ෂකවරුන්ට හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන්ටත්, උනන්දුවෙන් හා සක්‍රියව දායක වූ සැකසුම් කමිටු සාමාජිකයින්ටත්, වගකීමෙන් කටයුතු කළ ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ නිලධාරීන්ට හා කාර්ය මණ්ඩලයටත් මාගේ හෘදයාංගම ස්තුතිය පළ කරමි.

බී. සනත් පූජිත
විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්

2020 මැයි 28
පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
පැලවත්ත, බත්තරමුල්ල.

උපදේශකත්වය	:	බී. සනත් පූජිත විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්
මෙහෙයවීම හා සංවිධානය	:	ගයාත්‍රි අබේගුණසේකර විභාග කොමසාරිස් (පර්යේෂණ හා සංවර්ධන)
සම්බන්ධීකරණය	:	එස්. ප්‍රනවදාසන් නියෝජ්‍ය විභාග කොමසාරිස් පර්යේෂණ හා සංවර්ධන (පාසල් විභාග)
විෂය සම්බන්ධීකරණය	:	ඩබ්. එම්. සී. කේ. මහමිතව සහකාර විභාග කොමසාරිස් තිළිණි ගනේගම සහකාර විභාග කොමසාරිස්
සංස්කරණය	:	ජී. ජේ. කේ. සිල්වා මයා ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය ගණිත අධ්‍යනාංශය ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්ව විද්‍යාලය එන්. ආර්. සහබන්දු ගුරු සේවය I ශාන්ත තෝමස් උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මාතර එච්. කේ. අමරසීලි ගුරු සේවය I මධ්‍ය විද්‍යාලය, පිලියන්දල
සැකසුම් කමිටුව	:	එන්. ආර්. සහබන්දු ගුරු සේවය I ශාන්ත තෝමස් උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මාතර ඩබ්. ඩී. පී. වර්ණකුල ගුරු සේවය I කළුතර විද්‍යාලය, කළුතර එල්. ජී. පුංචිහේවා ගුරු සේවය I ජනාධිපති විද්‍යාලය, කෝට්ටේ එච්. කේ. අමරසීලි ගුරු සේවය I මධ්‍ය විද්‍යාලය, පිලියන්දල
පරිගණක පිටපත සැකසුම	:	ඩබ්ලිව්. ඒ. ඩී. චතුරිකා දිසානායක දත්ත සටහන් ක්‍රියාකරු එස්. එච්. ප්‍රෂාන් කරුණාසේන තොරතුරු හා සන්නිවේදන තාක්ෂණ සහකාර
පිටකවරය නිර්මාණය	:	ඒ. එල්. කේ. චතුරාණි කළමනාකරණ සේවා නිලධාරි

ඇතුළත පිටු

පිටු අංකය

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1 විෂය අභිමතාර්ථ 1

1.2 විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 2

1.2.2 අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව 4

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 5

1.3.2 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 6

1.3.3 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 6

1.3.4 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 7

1.3.5 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව 8

1.3.6 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 9

1.3.7 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 10

1.3.8 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 10

1.3.9 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 11

1.3.10 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව 12

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1 I පත්‍රයේ ව්‍යුහය 13

2.1.2 I පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 14

2.1.3 I පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 17

2.2 II පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II පත්‍රයේ ව්‍යුහය 56

2.2.2 II පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 57

2.2.3 II පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 59

III කොටස

3. පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා

3.1 පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු 99

3.2 ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා 101

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1. විෂය අභිමතාර්ථ

- ගණිතය වැඩිදුර අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා සිසුනට මූලික ගණිතමය කුසලතා ලබාදීම
- ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ශිල්පක්‍රම පිළිබඳ අත්දැකීම් සිසුනට ලබාදීම
- ගණිතමය තාර්කික චින්තනය පිළිබඳ සිසුන්ගේ ශිෂ්‍ය සම්ප්‍රජානනය වැඩිදියුණු කිරීම
- ගණිතය ඉගෙනීම සඳහා සිසුන් අභිප්‍රේරණය කිරීම

සටහන :

මෙම විෂය නිර්දේශය මගින් ගණිතමය දැනුම වැඩිදියුණු කිරීම පමණක් නොව එදිනෙදා ජීවිතයේදී ගණිතමය දැනුම භාවිත කිරීමේ කුසලතා වැඩිදියුණු කිරීම ද චරිත සංවර්ධනය ද අපේක්ෂා කෙරේ.

1.2. විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව

මාධ්‍යය	පාසල්	පෞද්ගලික	එකතුව
සිංහල	24725	4949	29674
දෙමළ	3832	526	4358
ඉංග්‍රීසි	1373	291	1664
එකතුව	**29930**	**5766**	**35696**

වගුව 1

1.2.2 අපේක්ෂකයන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය

ශ්‍රේණිය	පාසල් අපේක්ෂකයන්		පෞද්ගලික අපේක්ෂකයන්		එකතුව	ප්‍රතිශතය
	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය		
A	2688	8.98	381	6.61	3069	8.60
B	3217	10.75	653	11.33	3870	10.84
C	5380	17.98	1134	19.67	6514	18.25
S	8243	27.54	1840	31.91	10083	28.25
F	10402	34.75	1758	30.48	12160	34.06
එකතුව	**29930**	**100.00**	**5766**	**100.00**	**35696**	**100.00**

වගුව 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව

දිස්ත්‍රික්කය	පෙනී සිටි සංඛ්‍යාව	විශිෂ්ට සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (A) ලැබූ		අධි සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (B) ලැබූ		සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (C) ලැබූ		සාමාන්‍ය සාමර්ථ්‍යය (S) ලැබූ		සමත් (A+B+C+S)		අසමත් (F)	
		සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%
1. කොළඹ	3496	420	12.01	365	10.44	592	16.93	909	26.00	2286	65.39	1210	34.61
2. ගම්පහ	2084	139	6.67	170	8.16	341	16.36	542	26.01	1192	57.20	892	42.80
3. කළුතර	1145	39	3.41	77	6.72	176	15.37	318	27.77	610	53.28	535	46.72
4. මහනුවර	1194	95	7.96	106	8.88	186	15.58	294	24.62	681	57.04	513	42.96
5. මාතලේ	232	13	5.60	16	6.90	44	18.97	71	30.60	144	62.07	88	37.93
6. නුවරඑළිය	276	17	6.16	23	8.33	45	16.30	73	26.45	158	57.25	118	42.75
7. ගාල්ල	1403	133	9.48	131	9.34	246	17.53	337	24.02	847	60.37	556	39.63
8. මාතර	1133	97	8.56	119	10.50	195	17.21	298	26.30	709	62.58	424	37.42
9. හම්බන්තොට	746	38	5.09	73	9.79	125	16.76	222	29.76	458	61.39	288	38.61
10. යාපනය	767	132	17.21	124	16.17	178	23.21	182	23.73	616	80.31	151	19.69
11. කිලිනොච්චි	96	11	11.46	12	12.50	21	21.88	30	31.25	74	77.08	22	22.92
12. මන්නාරම	75	5	6.67	6	8.00	13	17.33	28	37.33	52	69.33	23	30.67
13. වව්නියාව	117	16	13.68	13	11.11	20	17.09	35	29.91	84	71.79	33	28.21
14. මුලතිව්	69	3	4.35	7	10.14	8	11.59	23	33.33	41	59.42	28	40.58
15. මඩකලපුව	292	30	10.27	37	12.67	54	18.49	82	28.08	203	69.52	89	30.48
16. අම්පාර	443	27	6.09	23	5.19	68	15.35	135	30.47	253	57.11	190	42.89
17. ත්‍රිකුණාමලය	177	16	9.04	17	9.60	30	16.95	51	28.81	114	64.41	63	35.59
18. කුරුණෑගල	1300	89	6.85	104	8.00	232	17.85	370	28.46	795	61.15	505	38.85
19. පුත්තලම	454	31	6.83	49	10.79	79	17.40	130	28.63	289	63.66	165	36.34
20. අනුරාධපුරය	550	24	4.36	24	4.36	72	13.09	130	23.64	250	45.45	300	54.55
21. පොළොන්නරුව	170	8	4.71	8	4.71	20	11.76	53	31.18	89	52.35	81	47.65
22. බදුල්ල	652	41	6.29	47	7.21	81	12.42	186	28.53	355	54.45	297	45.55
23. මොනරාගල	244	11	4.51	18	7.38	30	12.30	66	27.05	125	51.23	119	48.77
24. රත්නපුරය	681	46	6.75	65	9.54	106	15.57	182	26.73	399	58.59	282	41.41
25. කෑගල්ල	698	49	7.02	30	4.30	87	12.46	202	28.94	368	52.72	330	47.28
සමස්ත දිවයින	**18494**	**1530**	**8.27**	**1664**	**9.00**	**3049**	**16.49**	**4949**	**26.76**	**11192**	**60.52**	**7302**	**39.48**

වගුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව

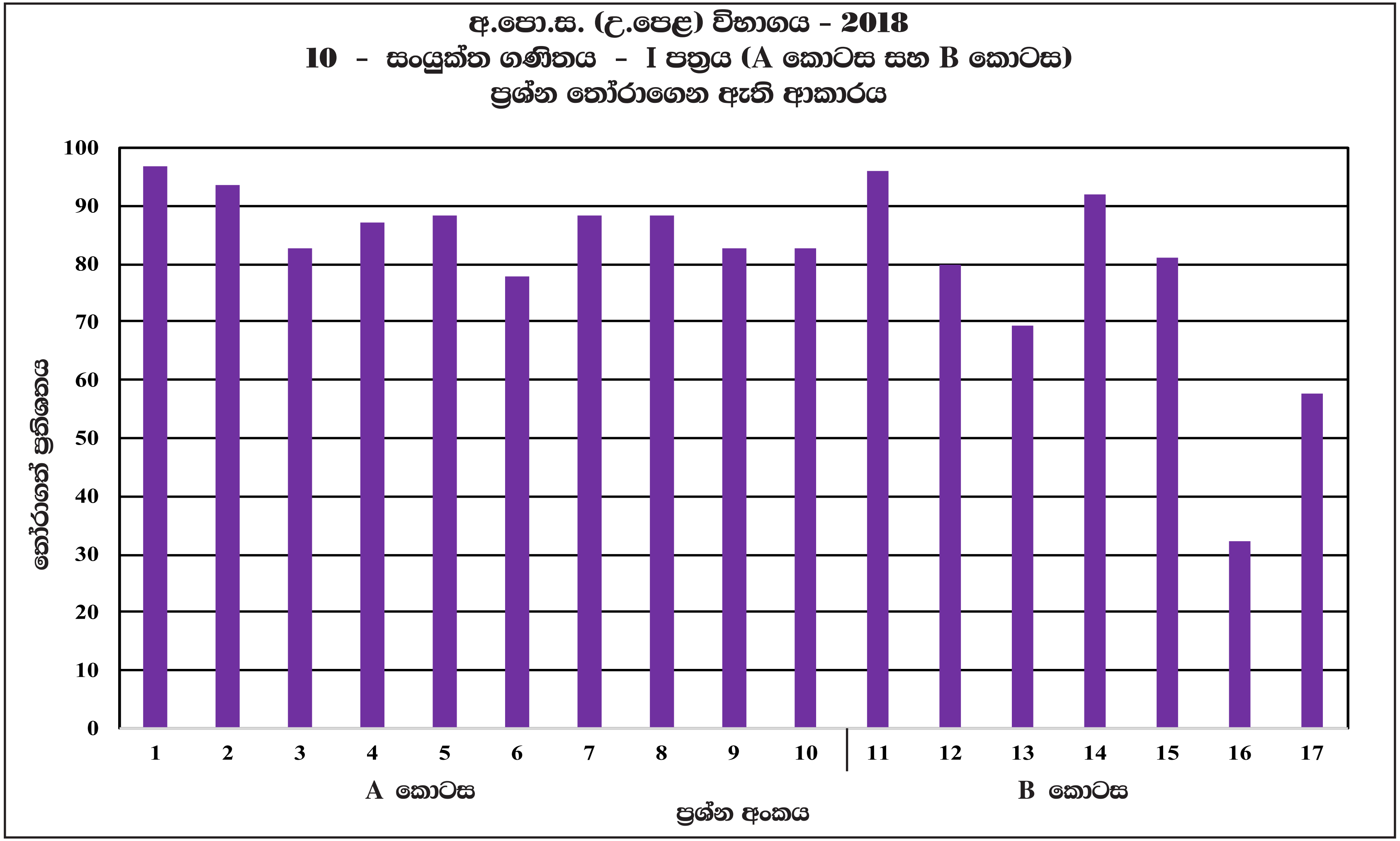
පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය
91 - 100	135	0.38	35696	100.00
81 - 90	919	2.57	35561	99.62
71 - 80	2706	7.58	34642	97.05
61 - 70	4119	11.54	31936	89.47
51 - 60	5042	14.12	27817	77.93
41 - 50	5401	15.13	22775	63.80
31 - 40	**5214**	**14.61**	**17374**	**48.67**
21 - 30	4515	12.65	12160	34.07
11 - 20	3775	10.58	7645	21.42
01 - 10	3559	9.97	3870	10.84
00 - 00	311	0.87	311	0.87

වගුව 4

ඉහත වගුවෙහි දැක්වෙන දත්ත අනුව, මෙම විෂයය සඳහා 31 - 40 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 5214 කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 14.61% කි. ලකුණු 40 හෝ ඊට අඩුවෙන් ලබා ඇති අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 17374කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 48.67 % කි.

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 I පත්‍රයෙහි A හා B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය



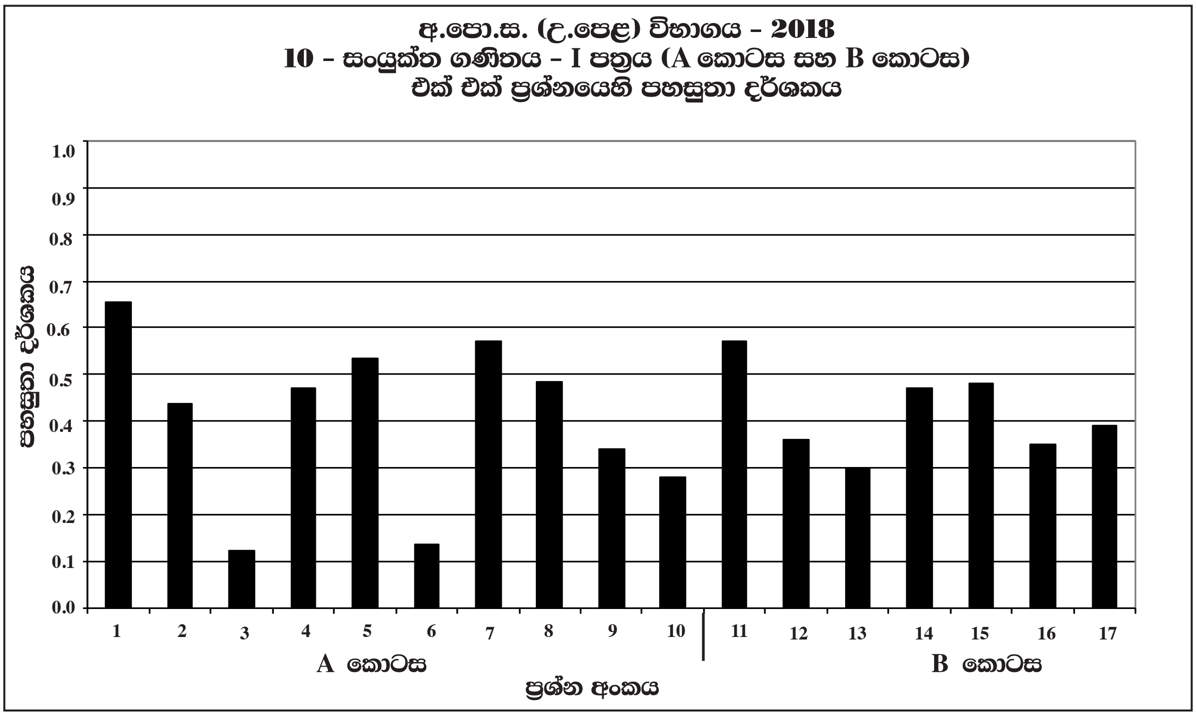
ප්‍රස්තාරය 1 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

I පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහය අනිවාර්ය වන අතර, B කොටසට අයත් ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5 ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, A කොටසේ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට බොහෝ අපේක්ෂකයන් ප්‍රමාණයක් උත්සාහ කර ඇත්තේ 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එම ප්‍රතිශතය 97% ක් ද, අඩුම ප්‍රතිශතය 6 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එම ප්‍රතිශතය 78% ක් ද වේ.

B කොටසේ ප්‍රශ්නවලින් පිළිතුරු සැපයීමට වැඩිම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 11වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 96% කි. අඩුම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 16 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 32% කි.

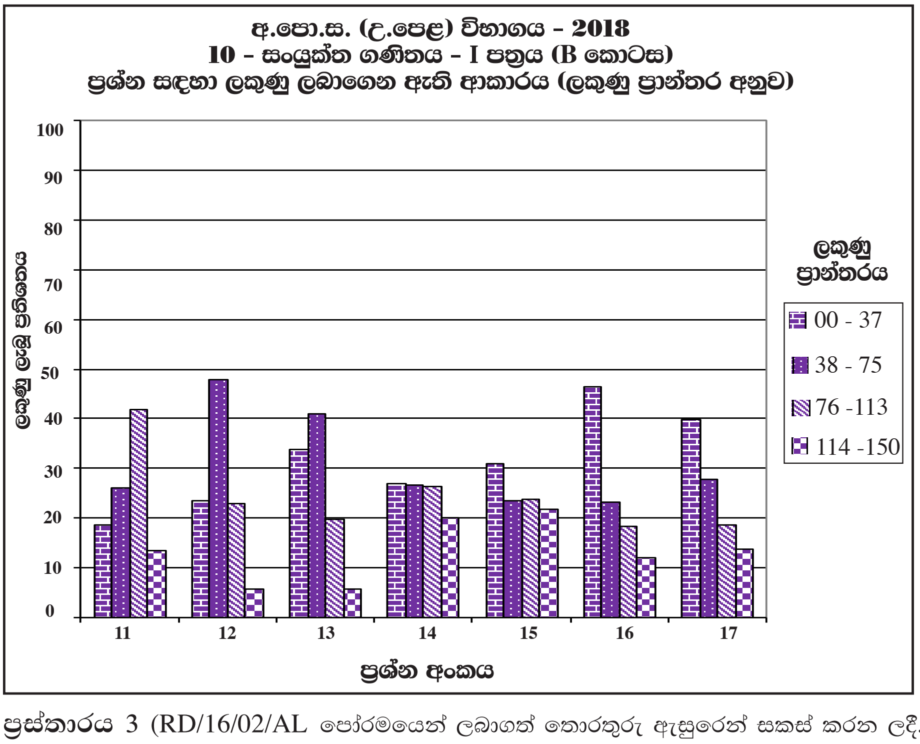
1.3.2 I පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 2 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව, මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 66% ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 3 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 12% ක් පමණ වේ.

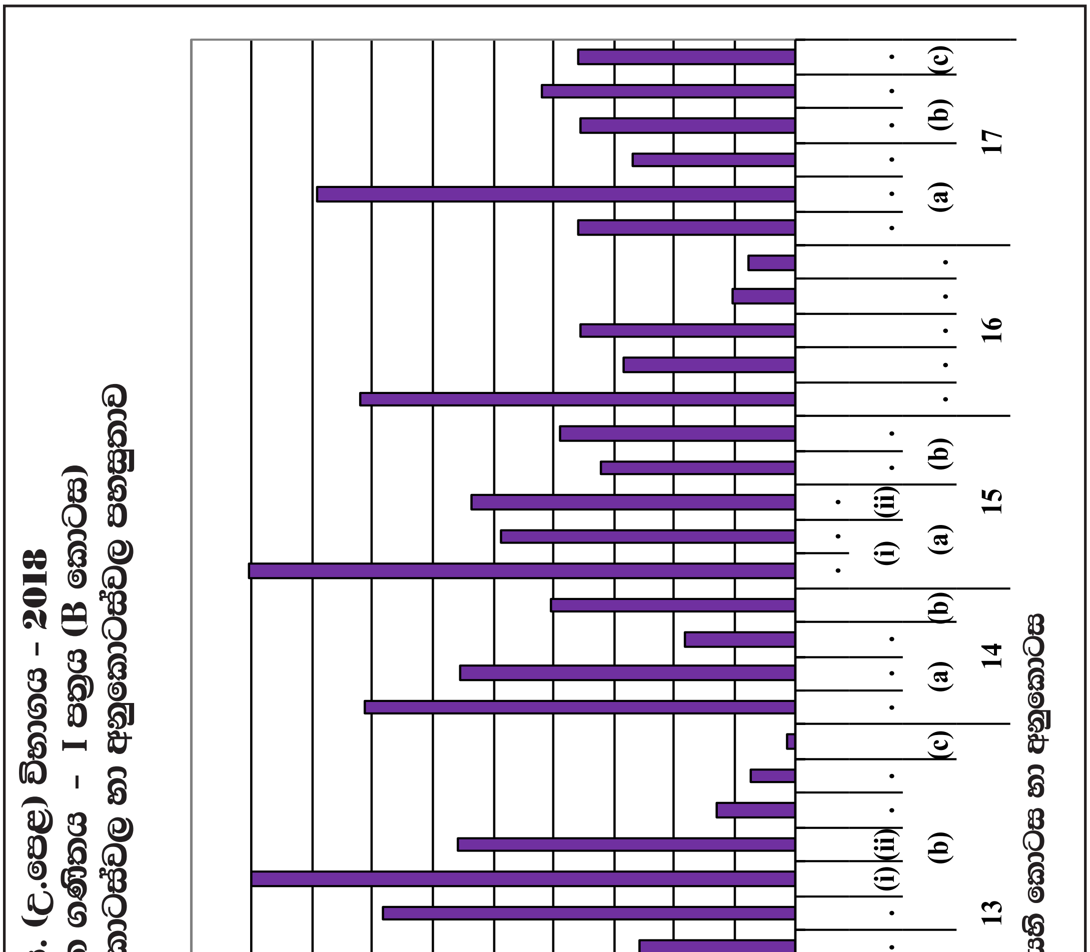
1.3.3 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 11 සිට 17 දක්වා සෑම ප්‍රශ්නයක් සඳහා ම ලකුණු 150 බැගින් වෙන් කර ඇත. මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු 150න් ප්‍රස්තාරයට අනුව, 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන්ගෙන් 14%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 42%ක් පමණ ද, 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 26% ක් පමණ ද, 0-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 18% ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 3 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

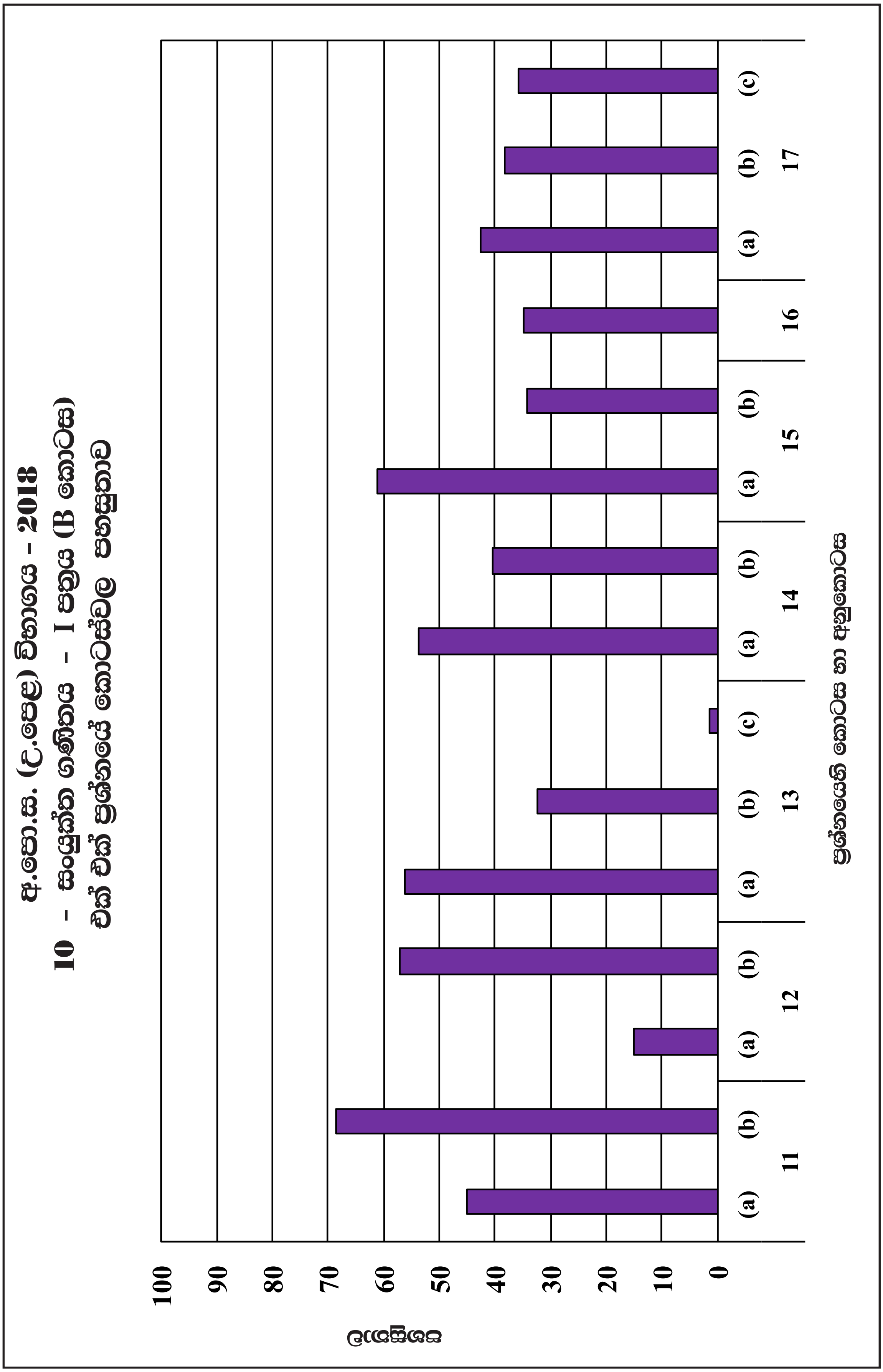
1.3.4 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 4 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 45% ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 65% ක් පමණ වේ.

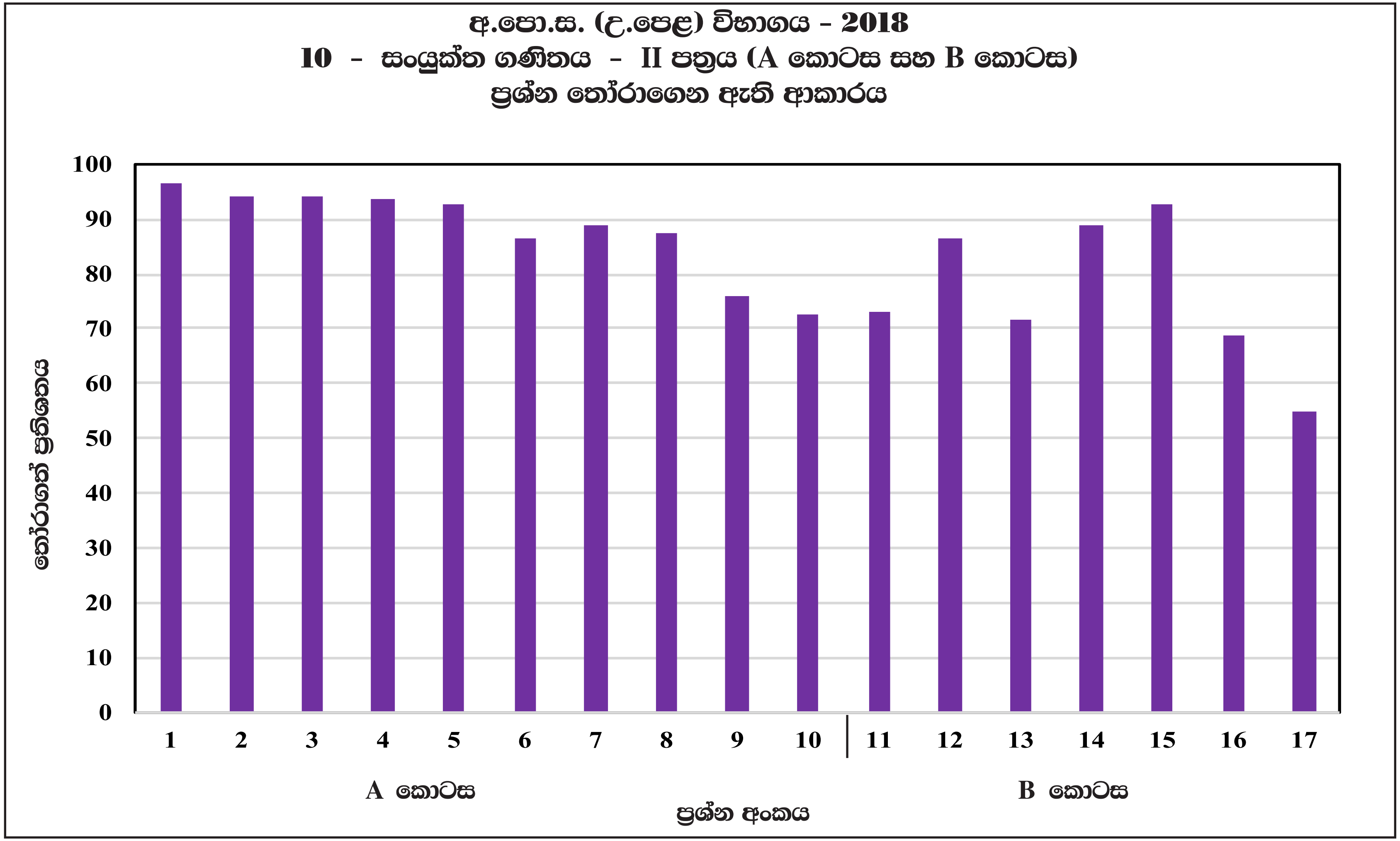
1.3.5 I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව



ප්‍රස්තාරය 5 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (b) කොටස වැඩිම පහසුතාව වන 69% ක් ද 13 වන ප්‍රශ්නයේ (c) කොටස අඩුම පහසුතාව වන 1% ක් ද ලබා ඇත.

1.3.6 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 6 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

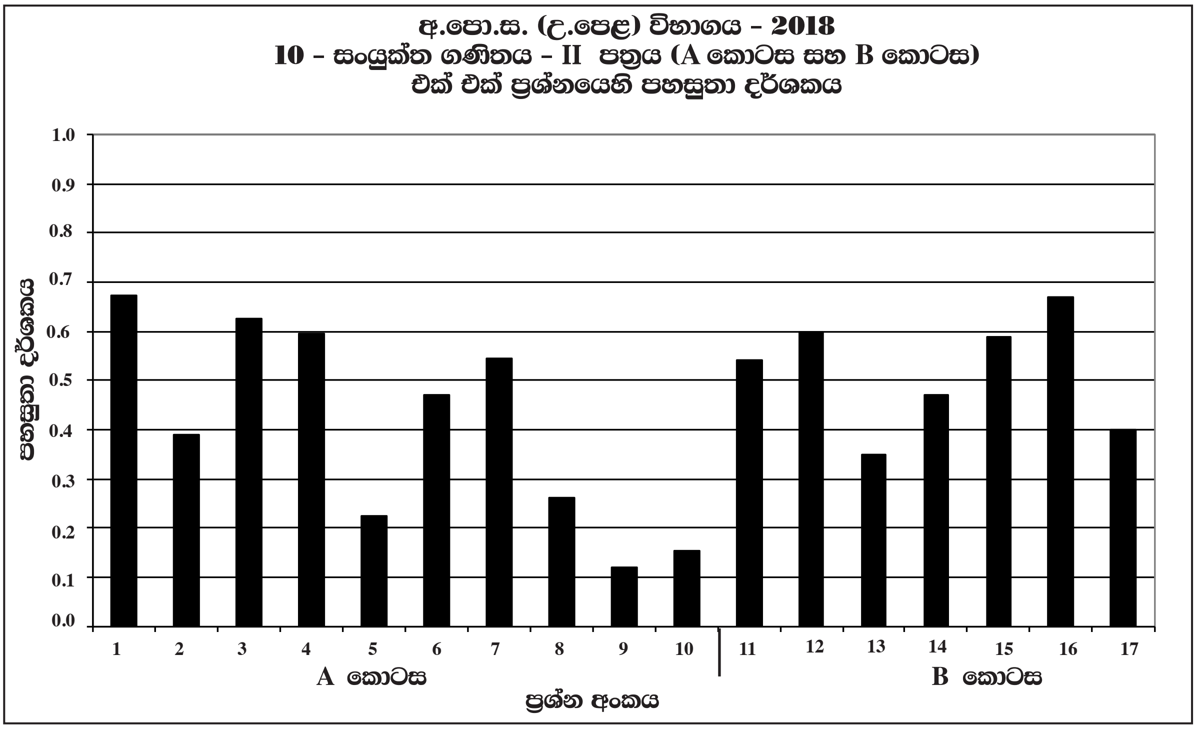
II පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න 10 අනිවාර්ය වන අතර, B කොටසට අයත් ප්‍රශ්න 7 අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5 ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව, A කොටසේ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට වැඩි වශයෙන් උත්සාහ කර ඇත්තේ 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එම ප්‍රතිශතය 97% ක් ද,

අඩුම ප්‍රතිශතය ඇත්තේ 10 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එම ප්‍රතිශතය 72% ක් ද වේ.

B කොටසේ ප්‍රශ්නවලින් පිළිතුරු සැපයීමට වැඩිම ප්‍රතිශතයක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 15 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 93% ක් ද අඩුම ප්‍රතිශතයක්

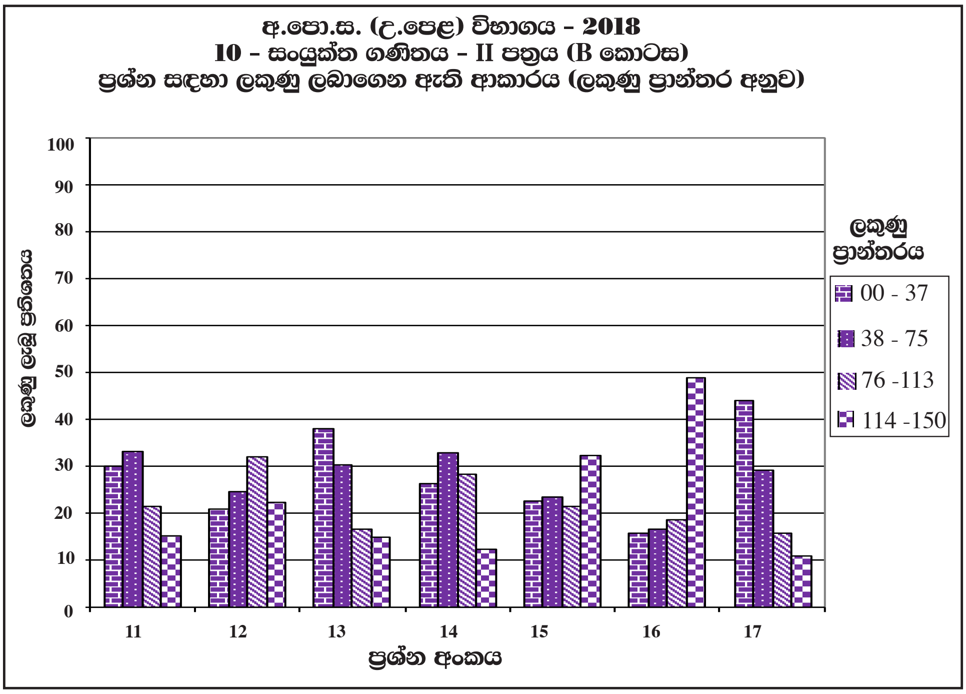
1.3.7 II පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 7 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 1 හා 16 වන ප්‍රශ්නවලට වන අතර එහි පහසුතාව 67%ක් වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 9 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 12% ක් වේ.

1.3.8 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය

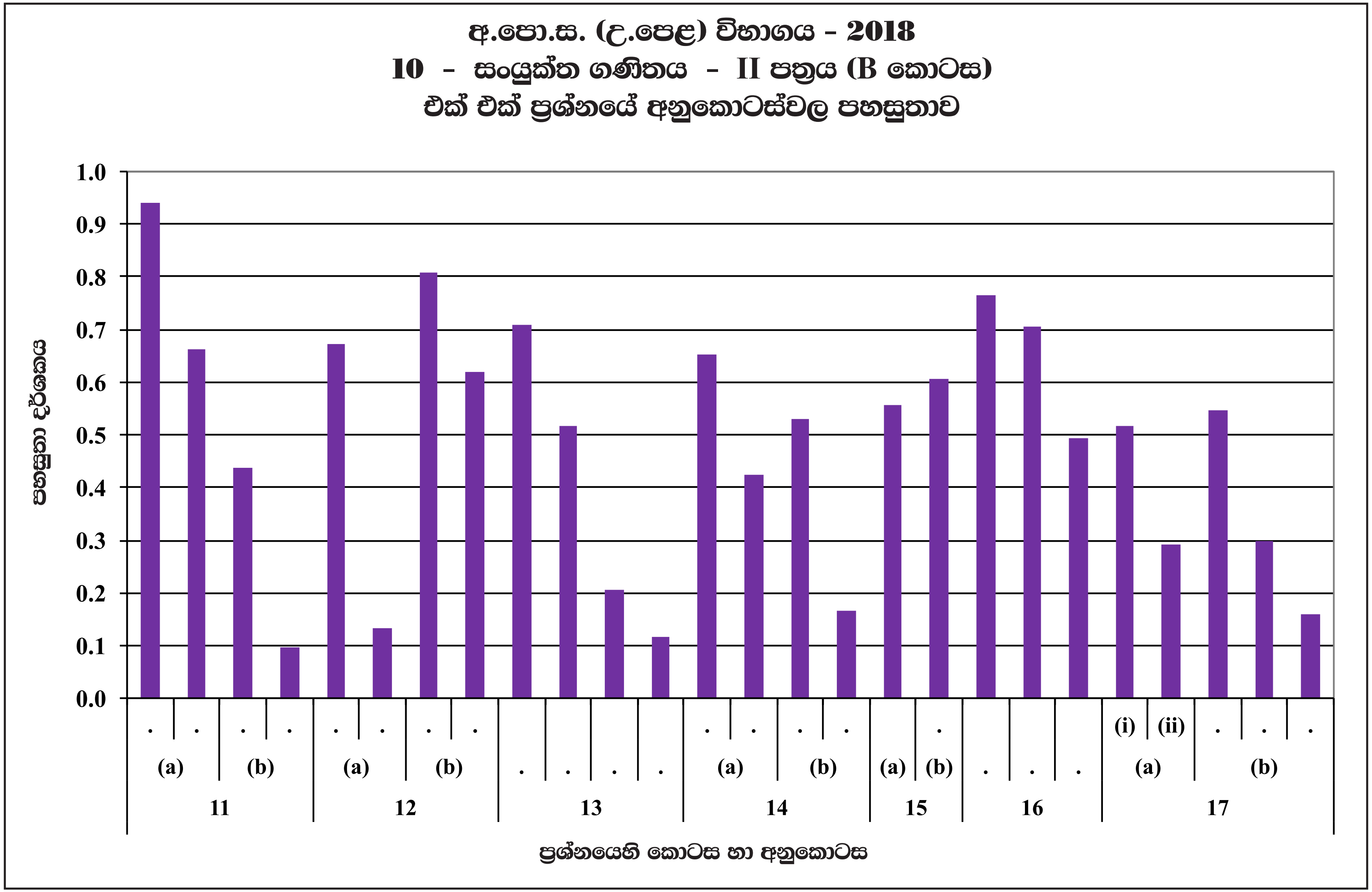


මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 11 සිට 17 දක්වා සෑම ප්‍රශ්නයක් සඳහා ම ලකුණු 150 බැගින් වෙන් කර ඇත.

මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු 150න් ප්‍රස්තාරයට අනුව, 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන්ගෙන් 16%ක් පමණ පිරිසකි.
මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණ ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 21%ක් පමණ ද, 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 33%ක් පමණ ද, 00-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 30%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 8 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

1.3.9 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

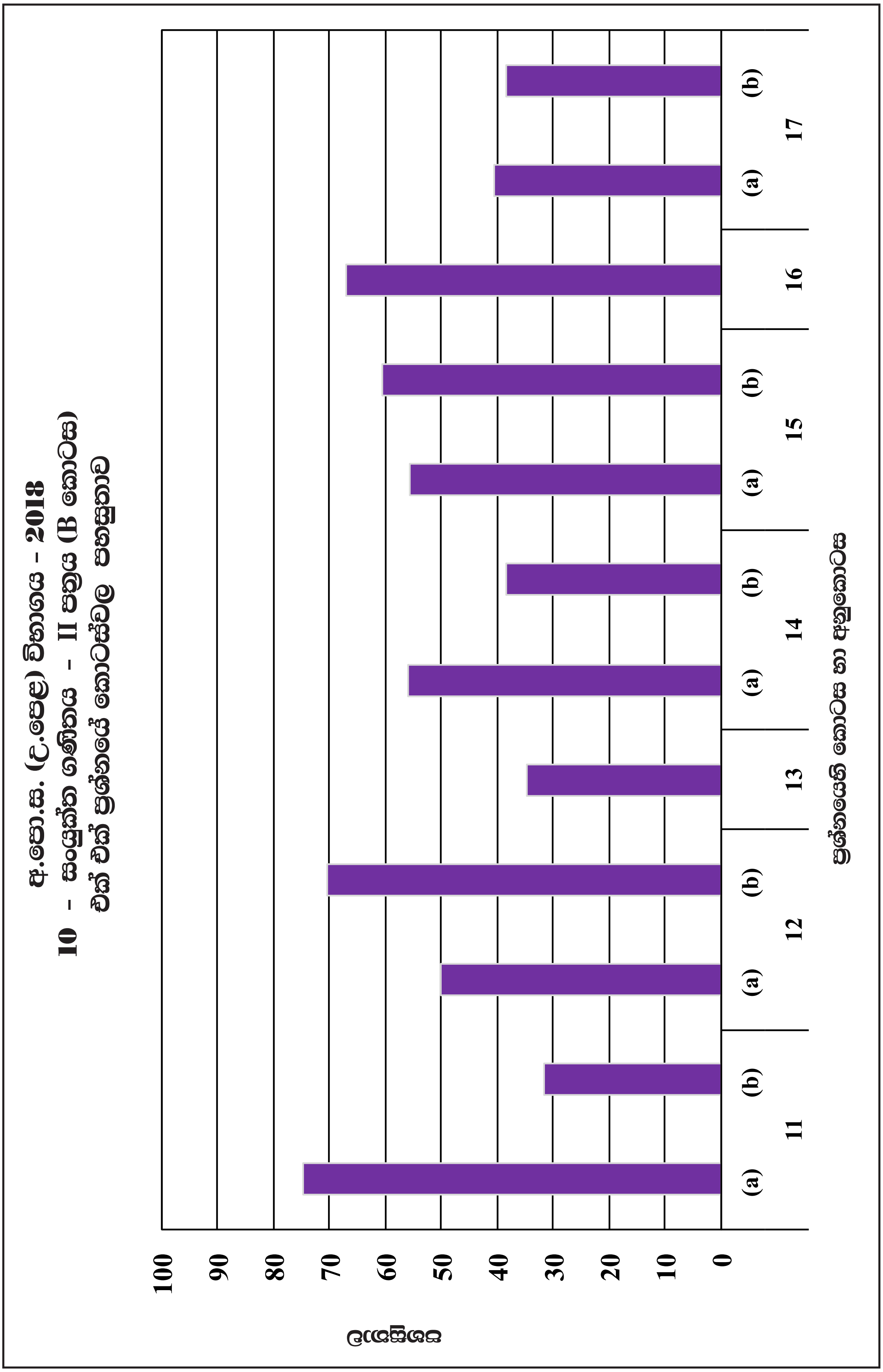


ප්‍රස්තාරය 9 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරය අනුව,

11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි පහසුතාව 94% ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසෙහි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 66% ක් පමණ වේ.

1.3.10 II පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වල පහසුතාව



ප්‍රස්තාරය 10 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රය (B කොටස) හි වැඩිම පහසුතාව සහිත ප්‍රශ්නය 11(a) වේ. එය 75%කි. අඩුම පහසුතාව සහිත ප්‍රශ්නය 11(b) වේ. එය 32% කි.

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1. I පත්‍රයේ ව්‍යුහය

කාලය පැය 03 කි. මුළු ලකුණු 100 කි.

⋆ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

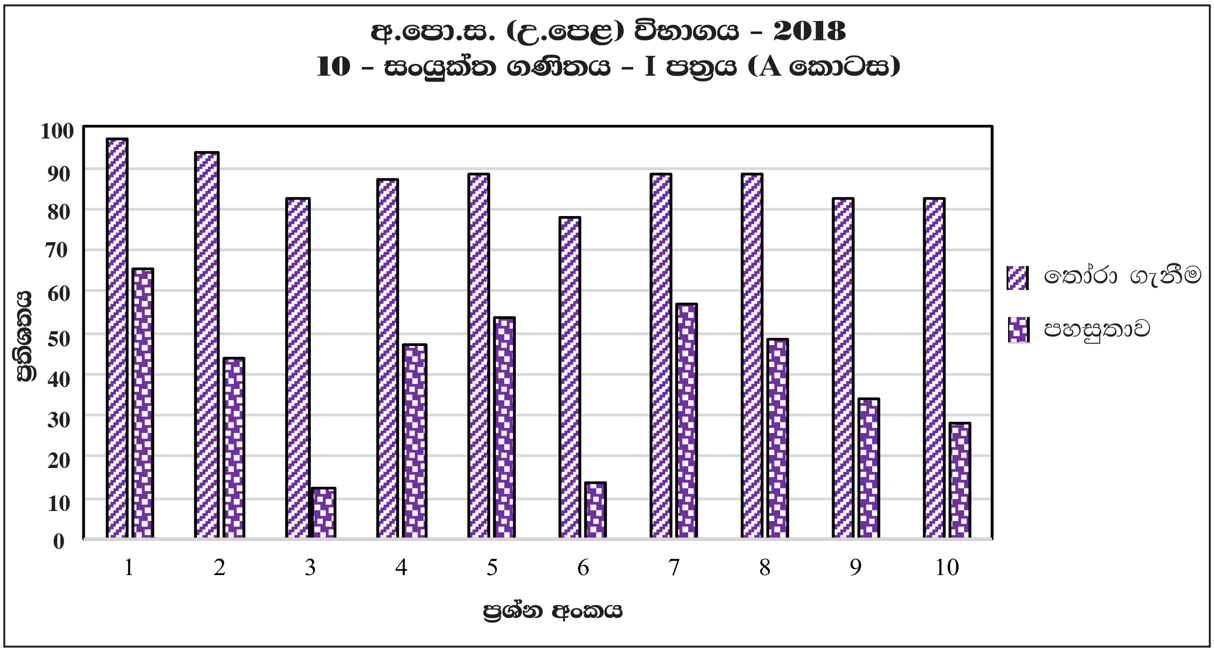
A කොටස	-	ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට** ම පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250 කි.
B කොටස	-	ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750 කි.

I පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

⋆ විභාගයේදී A කොටසට ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.1.2 I පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

මෙම පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහය සඳහාම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, ඒවාට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරයේ කැපී පෙනෙන විවිධත්වයක් දක්නට ලැබේ. මෙම ප්‍රශ්න දහයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතයත්, ඒ අනුව එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාවත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක් වේ.



ප්‍රස්තාරය 11 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත්, I පත්‍රයට පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන්ගෙන් 90%කට වඩා වැඩි පිරිසක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1, 2 යන ප්‍රශ්නවලට පමණි. එයින් අපේක්ෂකයන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 97% කි. ප්‍රශ්න දහයටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් අපේක්ෂකයන් සියලු දෙනා විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර නොවීම විශේෂ අවධානයට යොමු විය යුතු කරුණකි.

තව ද 6 ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 78% ක් වන අතර ඉතිරි ප්‍රශ්න 9ටම ඊට වැඩි ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත.

පහසුවෙන්ම සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීම මගින් අපේක්ෂකයන් වඩාත් සතුටුදායක ලෙස ලකුණු ලබා ගනු ඇතැයි අපේක්ෂිත මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් පහසුතාව 50% හෝ ඉක්මවා ඇත්තේ 1, 5 හා 7 ප්‍රශ්න තුනට පමණි. ඒවායේ පහසුතා ද පිළිවෙළින් 66%, 54% හා 57% ලෙස වේ. තවද 3 වන සහ 6 වන ප්‍රශ්න දෙකෙහි පහසුතා 20% ටත් වඩා අඩුවන අතර ඒවායේ පහසුතා 12% හා 14% බැගින් වේ.

මෙම ප්‍රශ්න දහය කෙරෙහි අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා වගුව 5හි දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගි කර ගත හැකි වේ.

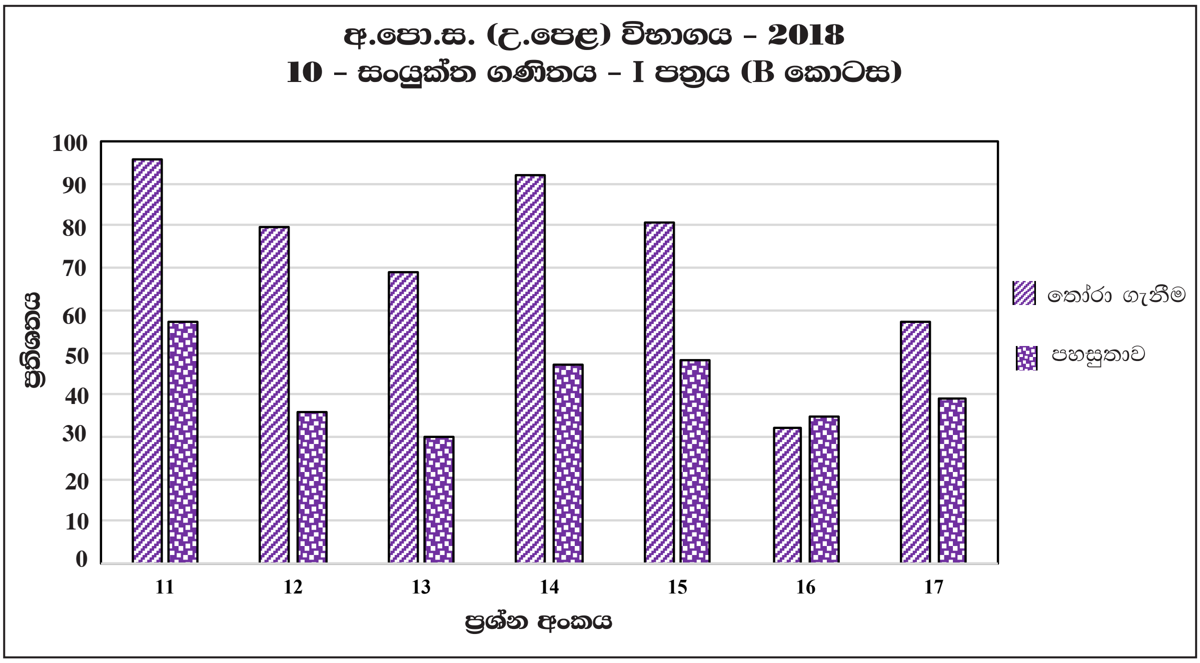
ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් අතුරෙන්	කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය	7	22	45	27	26	50	12	21	32	32
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	46	25	2	37	47	8	43	29	20	18
පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයින්ගේ ප්‍රතිශතය		3	7	17	13	12	22	12	12	17	17
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		66	44	12	47	54	14	57	49	34	28

වගුව 5 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට කිසිම ලකුණක් නොලැබූ, ලකුණු 25 ම ලැබූ හා උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශත

1, 4, 5 සහ 7 ප්‍රශ්න හතරට පමණක් ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම හිමි කරගත් අපේක්ෂකයන් සංඛ්‍යාව 30% ක් හෝ ඊට වැඩි ප්‍රතිශතයක් වේ. ඒවායෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතය වන 47% ලබා ඇත්තේ 5 ප්‍රශ්නයට ය. ප්‍රශ්නයට හිමි ලකුණු 25 ම හිමිකරගත් අපේක්ෂකයන් 20% කට අඩු ප්‍රතිශතයක් ප්‍රශ්න 3 ක් සඳහා ම ලබාගෙන ඇත. ඒවා 3, 6 සහ 10 ප්‍රශ්න සඳහා ය. තවද 3 සහ 6 යන ප්‍රශ්න දෙක සඳහා පිළිවෙළින් 2% ක් හා 8% බැගින් වන අඩු ප්‍රතිශත මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම ලබාගෙන තිබීම කෙරෙහි අවධානය යොමු කළ යුතුය.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයට පාදක වන ශුද්ධ ගණිත සංරචකයට අයත් මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා මෙම විෂයයට පෙනී සිටින අපේක්ෂකයන්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවේ යැයි අපේක්ෂා කෙරුණ ද, ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වනුයේ එසේ සිදුවී නොමැති බවයි. තව ද අපේක්ෂකයන්ගෙන් 22% ක්ම 6 ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහවත් කර නොමැති වීම ද දක්නට ඇත.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, තම අභිමතය පරිදි තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම තෝරා ගත් එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, I පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයේ දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 12 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශත හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි, දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අපේක්ෂකයන් වැඩිම පිරිසක් 11 වන ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇත. එම අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 96% ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 55% ක් වේ.

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් අපේක්ෂකයන් අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 16 වන ප්‍රශ්නයයි. එම තෝරාගැනීම 32% ක් වන අතර පහසුතාව 35% ක් වේ. දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ ද මෙම ප්‍රශ්නයට වේ. A කොටසෙහි ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන් 1, 5 හා 7 ප්‍රශ්නවලට පමණක් 50% පහසුතාව ඉක්මවයි. B කොටසෙහි 11 ප්‍රශ්නය පමණක් පහසුතාව 50% ඉක්මවයි. A කොටසෙහි 6 වන ප්‍රශ්නය හැර අනෙක් ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම 80% ඉක්මවයි. B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීම 80% හෝ 80% ඉක්මවන්නේ 11, 12, 14 සහ 15 ප්‍රශ්න පමණි.

I පත්‍රයෙහි 3 සහ 16 යන ප්‍රශ්න දෙකම විසඳීම සඳහා ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම අත්‍යවශ්‍ය වේ. නමුත් මෙම ප්‍රශ්න දෙකෙහිම පහසුතා 12% සහ 35% වැනි අඩුම මට්ටමක පවතී. මෙයින් පෙනී යන්නේ අපේක්ෂකයන්ගේ ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම ප්‍රමාණවත් නොවීම නිසා මෙම දුර්වලතාව ඇති වී ඇති බවයි. ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම වර්ධනය කර ගැනීම සඳහා ක්‍රමානුකූලව මූලධර්ම යොදා ගනිමින් එවැනි වර්ගවල සරල ගැටලු විසඳීමට හුරු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟහරවා ගත හැකිය.

I පත්‍රයෙහි A හා B කොටස්වල සමස්ත පහසුතා පිළිවෙළින් 41% හා 44% වේ. A කොටසෙහි ප්‍රශ්න 10 ටම අනිවාර්යෙන් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එම ගැටලු කෙටි සරල ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කර ඇත්තේ පිළිතුරු සැපයීමට පහසුවන ආකාරයෙන් වුවත් ශුද්ධ ගණිත සිද්ධාන්ත ඍජුව නිවැරදිව යෙදීමට අපේක්ෂකයන් අපොහොසත් වීම පහසුතාව B කොටසට වඩා අඩු වීමට හේතුවක් සේ සැලකිය හැකිය.

B කොටසෙහි පහසුතාව 44% වුවද එයද වඩා වැඩි අගයකට ගොඩ නඟා ගත යුතුව ඇත. සිද්ධාන්ත ඍජුව යොදා ගත හැකි සරල ගැටලු නිබඳව කර හුරුකරවීම ද කාල කළමනාකරණය හුරු කරවීම සඳහා අමතර ලිඛිත පරීක්ෂණ පැවැත්වීම ද පහසුතාව ඉහළ නංවා ගැනීමට උදව් වනු ඇත.

2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

10 - සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රය - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ විට, වඃ පැඃ $= 1^3 = 1$ හා දඃපැඃ $= \frac{1}{4} \cdot 1^2 (1+1)^2 = 1$. (5)

$\therefore$ $n = 1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

ඕනෑම $p \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන $n = p$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි සිතමු.

එනම්, $\sum_{r=1}^{p} r^3 = \frac{1}{4} p^2 (p+1)^2$. (5)

දැන් $\sum_{r=1}^{p+1} r^3 = \sum_{r=1}^{p} r^3 + (p+1)^3$ (5)

$$= \frac{1}{4} p^2 (p+1)^2 + (p+1)^3$$

$$= (p+1)^2 \frac{[p^2 + 4p + 4]}{4}.$$

$$= \frac{1}{4} (p+1)^2 (\overline{p+1} + 1)^2. \quad (5)$$

එනයින් $n = p$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ නම්, $n = p + 1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. අපි දැනටමත් $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව පෙන්වා ඇත. එනයින් ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

25

---

1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන ඃ

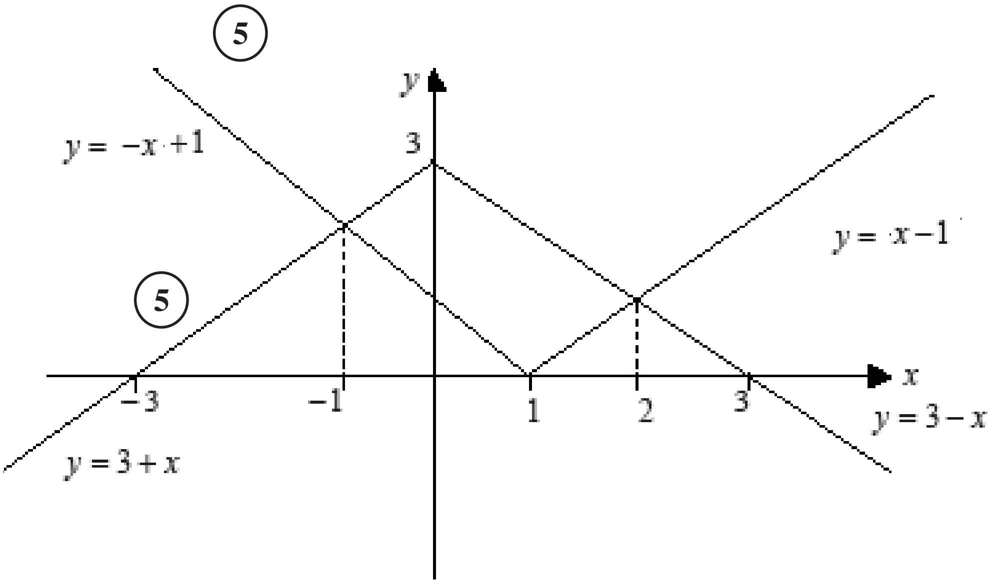
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 97%ක් පමණි. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය නිසියාකාරව යෙදීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර එහි පහසුතාව 66%කි. $n = p$ විට; $p \in \mathbb{Z}^+$ට උපකල්පනයේ දී $\sum_{r=1}^{p} r^3 = \frac{p^2}{4}(p+1)^2$ ලෙස ලිවිය යුතු වුවත් $\sum_{r=1}^{p} p^3 = \frac{p^2}{4}(p+1)^2$ වැනි වැරදි සහිතව ලියා තිබීම නිසා අපේක්ෂකයන් වැඩි දෙනෙකුට එම පියවර සඳහා ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. තවද අවසානයේ දී "ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයට අනුව සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ යන්න" ලියා නොතිබූ අවස්ථා ද දක්නට ලැබුණි.

සිසුන් අනවබෝධයෙන් $\sum_{r=1}^{p} r^3$ යන්නෙහි අදහස තේරුම් නොගෙන පිළිතුරු ලිවීම මෙයට හේතුව වේ. සිසුන්ට මෙම අංකනයන්ගේ තේරුම් අවබෝධ කරවීම තුළින් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැක. තවද ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයේ පියවර තහවුරු වන පරිදි අභ්‍යාසවලට යොමු කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගැනීමට සිසුන් උනන්දු කළ යුතුය.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. එක ම රූප සටහනක $y = 3 - |x|$ හා $y = |x - 1|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $|x| + |x - 1| \leq 3$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.



ඡේදන ලක්ෂ්‍යවලදී $-x + 1 = 3 + x$ හෝ $x - 1 = 3 - x$

එනම් $x = -1$ හෝ $x = 2$. (5)

තවද, $|x| + |x - 1| \leq 3$

$\Leftrightarrow \ |x - 1| \leq 3 - |x|$ (5)

එනයින්, ප්‍රස්තාරයෙන්, විසඳුම් $-1 \leq x \leq 2$ තෘප්ත කරන x අගයන් වේ. (5)

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$|x| + |x - 1| \leq 3$

(i) අවස්ථාව $x \leq 0$: $|x| + |x - 1| \leq 3 \Leftrightarrow -x - (x - 1) | \leq 3$

$\Leftrightarrow -2x + 1 \leq 3$ (5)

$\Leftrightarrow x \geq -1$

මෙම අවස්ථාව සඳහා විසඳුම් $-1 \leq x \leq 0$ තෘප්ත කරන x අගයන් වේ.

(ii) අවස්ථාව $0 < x \leq 1$

$|x| + |x-1| \leq 3$

$\Leftrightarrow x - (x-1) \leq 3$

$\Leftrightarrow x - (x-1) \leq 3$

$\Leftrightarrow 1 \leq 3$

මෙම අවස්ථාව සඳහා විසඳුම් $0 < x \leq 1$ වේ. (5)

(iii) අවස්ථාව $1 < x$

$|x| + |x-1| \leq 3$

$\Leftrightarrow x + x - 1 \leq 3$

$\Leftrightarrow 2x \leq 4$

$\Leftrightarrow x \leq 2$

$\therefore$ මෙම අවස්ථාව සඳහා විසඳුම් $1 < x \leq 2$ වේ.

එනයින් විසඳුම් $-1 \leq x \leq 2$ තෘප්ත කරන x අගයන් වේ. (5)

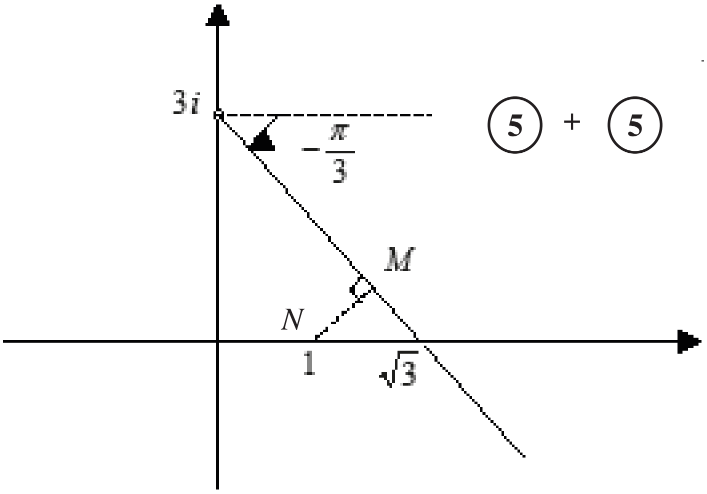
2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 93% ක් පමණි. මාපාංක ඇතුළත් ශ්‍රිතයන්හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් ඇඳීම වඩා පහසු වන අතර ඒ නයින් විසඳුම් සෙවීම පහසු වුවත් අන් ක්‍රමයකින් (වීජීය ක්‍රමය) විසඳුම් ලබා ගැනීමට යොමු වීම නිසා ලකුණු ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. මාපාංක ඇතුළත් අසමානතා නිවැරදිව තහවුරු වන ආකාරයේ අභ්‍යාසවල විවිධ ක්‍රම යටතේ විසඳුම් ලබා ගැනීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙවැනි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීම පහසුවෙන් සිදු කළ හැකිය. සිසුන්ට එකම ගැටලුව විසඳීමට විවිධ ක්‍රම ඇතිවිට ඒවායින් වඩා යෝග්‍ය ක්‍රමය තෝරා ගැනීමට හැකියාව සිසුන්ට ලැබෙන පරිදි විවිධ ගැටලු සම්පාදනය කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැක.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. ආගන්ඩ් සටහනක, $\text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3}$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පථයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3}$ වන පරිදි $|z - 1|$ හි අවම අගය සොයන්න.



(5) + (5)

$$\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \text{Arg}(\overline{\bar{z} + 3i}) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3}.$$ (5)

එනයින්, $\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3}$ වන පරිදි $|z - 1|$ හි අවම අගය NM දෙනු ලබයි. (5)

මෙහි $NM = (\sqrt{3} - 1)\sin\frac{\pi}{3} = \frac{(3 - \sqrt{3})}{2}.$ (5)

25

---

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 83% ක් පමණි. $\text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3}$ හි පථයට $(0, 3)$ ලක්ෂ්‍ය අයත් නොවිය යුතු බව හඳුනාගෙන නොතිබීම ලකුණු අහිමි වීමට හේතු විය. තවද ගැටළුවෙහි (ii) කොටස විසඳීමේදී $\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3}$ යන්න, $\text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3}$ ඇසුරෙන් ලබා ගත යුතු බව හඳුනා ගෙන නොතිබුණි.

පථ අඩංගු විවිධ ආකාරයේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවීම මගින් සිසුන් ලබාගන්නා ලකුණු මට්ටම වර්ධනය කරගත හැකිය.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. $\left(x^2+\dfrac{3k}{x}\right)^8$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හා x^4 හි සංගුණක සමාන වේ. k නියතයෙහි අගය සොයන්න.

$$\left(x^2+\frac{3k}{x}\right)^8=\sum_{r=0}^{8}{}^8C_r(x^2)^r\left(\frac{3k}{x}\right)^{8-r} \qquad (5)$$

$$=\sum_{r=0}^{8}{}^8C_r(3k)^{8-r}x^{3r-8}$$

$$x^1: 3r-8=1 \Leftrightarrow r=3,$$
$$x^4: 3r-8=4 \Leftrightarrow r=4. \qquad (5)$$

දත්තයෙන් $${}^8C_3(3k)^5={}^8C_4(3k)^4 \qquad (5)$$

$$\frac{8!}{3!5!}3^5k=\frac{8!}{4!4!}3^4 \qquad (5)$$

$$k=\frac{5}{12}. \qquad (5)$$

25

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 87% ක් පමණි. මෙහිදී x^1 හා x^4 හි සංගුණක නිවැරදිව හඳුනා ගැනීමට නොහැකි වූ බැවින් k සොයා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. මෙවැනි සරල ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතා මග හරවා ගත හැකිය.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)}=\dfrac{\pi^2}{32}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\left(\frac{\pi x}{8}\right)}{x^2(x+1)} \quad (5)$$

$$=\lim_{x\to 0}2\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{8}\right)}{\left(\frac{\pi x}{8}\right)}\right]^2\cdot\frac{\pi^2}{64}\cdot\frac{1}{x+1}$$

(5)

$$=2.\,1^2.\,\frac{\pi^2}{64}\cdot\frac{1}{1}$$

(5) (5)

$$=\frac{\pi^2}{32}. \quad (5)$$

25

වෙනත් ක්‍රමයක්

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)}\cdot\frac{1+\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{1+\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)\left(1+\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right)} \quad (5)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{\left(\frac{\pi x}{4}\right)}\right]^2\cdot\frac{\pi^2}{16}\cdot\frac{1}{x+1}\cdot\frac{1}{1+\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$$

(5)

$$=1\cdot\frac{\pi^2}{16}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}$$

(5) (5)

$$=\frac{\pi^2}{32}. \quad (5)$$

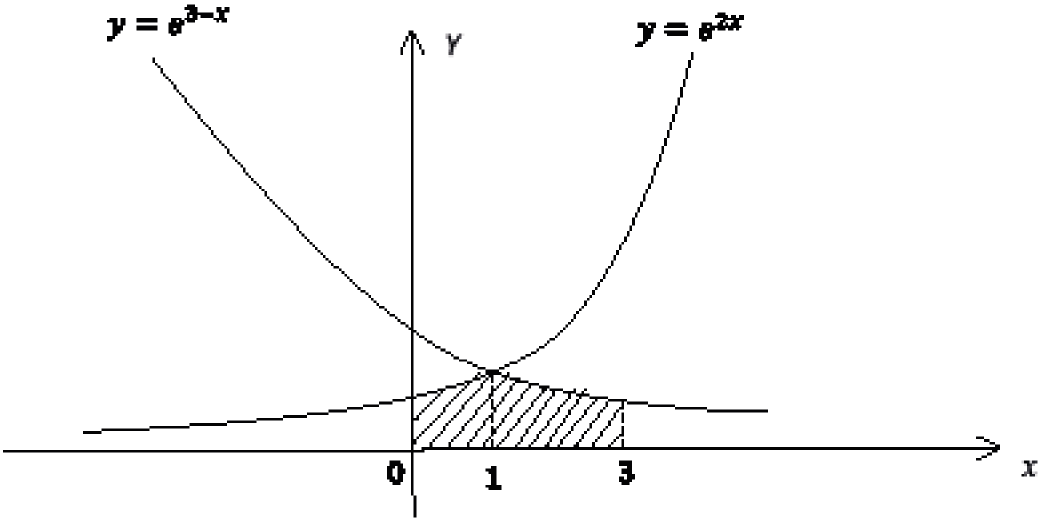
5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88% ක් පමණි. දී ඇති ශ්‍රිතය $\dfrac{\sin\theta}{\theta}$ ආකාරයට සකස් කර ගැනීමට සහ ශ්‍රිත කිහිපයක ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමට අපොහොසත් වී තිබීම නිසා පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

මෙවැනි ආකාරයේ අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවීමෙන්, මෙවැනි දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. $y = e^{2x}$, $y = e^{3-x}$, $x = 0$, $x = 3$ හා $y = 0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය, වර්ග ඒකක $\frac{3}{2}(e^2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.



$$\int_0^1 e^{2x}\,dx + \int_1^3 e^{3-x}\,dx = \left.\frac{e^{2x}}{2}\right|_0^1 + \left.\frac{e^{3-x}}{(-1)}\right|_1^3 \quad (5)(5)(5)$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} + (-1) + e^2 \quad (5)$$

$$= \frac{3e^2}{2} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2}(e^2 - 1). \quad (5)$$

25

---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 78% ක් පමණි. $y = e^{2x}$ හා $y = e^{3-x}$ ප්‍රස්තාරවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සෙවීමට අපොහොසත් වීම නිසා ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. සාතීය ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට හා සාතීය ශ්‍රිත අඩංගු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ සඳහා $x = \ln\left(\tan\frac{t}{2}\right)$ හා $y = \sin t$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් C වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ.
$\frac{dy}{dx} = \cos t \sin t$ බව පෙන්වන්න.
$t = \frac{2\pi}{3}$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී C වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශ රේඛාවෙහි අනුක්‍රමණය $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$$x = \ln\left(\tan\frac{t}{2}\right) \qquad\qquad y = \sin t$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\tan\frac{t}{2}} \times \sec^2\frac{t}{2} \times \frac{1}{2} \quad (5) \qquad\qquad \frac{dy}{dt} = \cos t \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2\cos\frac{t}{2}\sin\frac{t}{2}} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{\sin t}$$

දැන් $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \cos t \sin t$ (5)

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3}\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (5)$$

25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

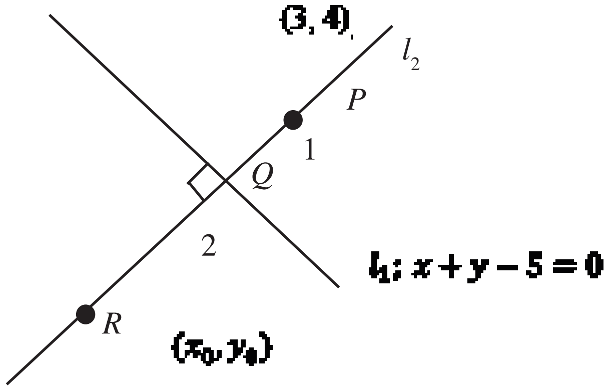
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88% ක් පමණි. $ln\left(\tan\frac{t}{2}\right)$ අවලකනය කිරීමේදී $\frac{t}{2}$ හි අවකලන සංගුණකය වන $\frac{1}{2}$න් ගුණ නොකිරීම නිසා $\frac{dx}{dt}$ නිවැරදිව සොයා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

ශ්‍රිතයක ශ්‍රිතයක් අඩංගු ගැටලු වැඩිපුර අවකලනය කිරීමට සිසුන් යොමු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගැනීමට හැකිය.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. l_1 යනු $x + y - 5 = 0$ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. $P \equiv (3, 4)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන හා l_1 ට ලම්බ වූ l_2 සරල රේඛාවෙහි සමීකරණය සොයන්න.

Q යනු l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය යැයි ද R යනු $PQ : QR = 1 : 2$ වන පරිදි l_2 මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. R හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.



l_2 හි අනුක්‍රමණය $= -\frac{1}{-1} = 1$ (5)

l_2 සමීකරණය $: y - 4 = 1(x - 3)$

$x - y + 1 = 0$ (5)

$Q \equiv (2, 3).$ (5)

$R \equiv (x_0, y_0)$ යැයි ගනිමු.

එවිට,

$2 = \frac{x_0 + 6}{3}$ සහ $3 = \frac{y_0 + 8}{3}$ (5)

$\therefore x_0 = 0$ සහ $y_0 = 1.$

$\therefore R \equiv (0, 1).$ (5)

වෙනත් ක්‍රමයක්

$\frac{QR}{RP} = -\frac{2}{3}$ (5)

$R \equiv \left(\frac{-2\times3 + 2\times3}{3-2}, \frac{-2\times4 + 3\times3}{3-2}\right)$

$= (0, 1)$ (5)

25

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 88% ක් පමණි. R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම නිවැරදිව අවබෝධ කර ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා, R හි ඛණ්ඩාංක සොයා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. සරල ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවයන් මඟ හරවා ගැනීමට හැකිය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. $P \equiv (1, 2)$ හා $Q \equiv (7, 10)$ යැයි ගනිමු. P හා Q ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සමීකරණය $S \equiv (x-1)(x-a)+(y-2)(y-b)=0$ වන පරිදි a හා b නියතවල අගයන් ලියා දක්වන්න.

$S' \equiv S + \lambda(4x-3y+2)=0$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. P හා Q ලක්ෂ්‍ය $S'=0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වා, මෙම වෘත්තය $R \equiv (1, 4)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

$a = 7$, (5)

$b = 10$,

$P \equiv (1, 2)$ සහ $Q \equiv (7, 10)$ යන දෙකම $S = 0$ සහ $4x - 3y + 2 = 0$ යන දෙකම තෘප්ත කරන බැවින්

$S' = 0$ වේ. (5) (5)

$\therefore$ P හා Q ලක්ෂ්‍ය $S' = 0$ මත පිහිටයි.

$S' = 0$ යන්න $R \equiv (1, 4)$ හරහා යයි නම්,

$0 + (4-2)\times(4-10) + \lambda(4-12+2) = 0$ වේ. (5)

$6\lambda = -12$

$\lambda = -2$. (5)

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 83% ක් පමණි. PQ විෂ්කම්භයක් වන වෘත්තය සෙවීමේදී ඒ සඳහා සම්මත සමීකරණය වන $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ භාවිතා කිරීමෙන්, g, f, c නියත සොයා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි. $4x-3y+2=0$ රේඛාව මත P හා Q ලක්ෂ්‍ය පිහිටන බව පෙන්වීමට අපොහොසත් වීම නිසා, $s'=0$ වෘත්තය P හා Q හරහා යන බව පෙන්වීමට නොහැකි වී තිබුණි.

සමාන ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවයන් මඟ හරවා ගැනීමට හැකිය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. $x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ සඳහා $\sec^3 x + 2\sec^2 x \tan x + \sec x \tan^2 x = \frac{\cos x}{(1-\sin x)^2}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ වේ.

$\sec^3 x + 2\sec^2 x \tan x + \sec x \tan^2 x$

$$= \frac{1}{\cos^3 x} + \frac{2\sin x}{\cos^3 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} \quad (5)$$

$$= \frac{1+2\sin x+\sin^2 x}{\cos^3 x}$$

$$= \frac{(1+\sin x)^2}{\cos x(1-\sin^2 x)} \quad (5)$$

$$= \frac{(1+\sin x)^2}{\cos x(1-\sin x)(1+\sin x)} \quad (5) \qquad \because n \in Z \text{ සඳහා } x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{(1+\sin x)}{\cos x(1-\sin x)}$$

$$= \frac{1-\sin^2 x}{\cos x(1-\sin x)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{\cos x}{(1-\sin x)^2} \quad (5)$$

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 83% ක් පමණි. මෙය ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යයන් සම්බන්ධ ගැටලුවක් වන අතර එහි පහසුතාව 28% කි. මෙම ගැටලුවේදී $\sec x,\ \tan x$ අඩංගු පද $\sin x,\ \cos x$ පදවලට පරිවර්තනය කර ගැනීමට නොහැකි වීමෙන් මුළු ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. තවද සුළු කිරීමේ දුර්වලතා ද දක්නට ලැබුණි. වැඩිපුර සර්වසාම්‍යයන් විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවයන් මඟ හරවා ගත හැකිය.

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (a) $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $3x^2 - 2(a+b)x + ab = 0$ සමීකරණයේ විවේචකය a හා b ඇසුරෙන් ලියා දක්වා **ඒ නයින්**, මෙම සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.
මෙම මූල α හා β යැයි ගනිමු. a හා b ඇසුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වන්න.

දැන්, $\beta = \alpha + 2$ යැයි ගනිමු. $a^2 - ab + b^2 = 9$ බව පෙන්වා,
$|a| \le \sqrt{12}$ බව **අපෝහනය** කර, a ඇසුරෙන් b සොයන්න.

(b) $c (\neq 0)$ හා d තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ද $f(x) = x^3 + 4x^2 + cx + d$ යැයි ද ගනිමු. $(x + c)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය $-c^3$ වේ. තව ද $(x - c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. $c = -2$ හා $d = -12$ බව පෙන්වන්න.
c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා $(x^2 - 4)$ මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

(a) $3x^2 - 2(a+b)x + ab = 0$

විවේචකය $\Delta = 4(a+b)^2 - 12(ab)$ (10)

$= 4(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab)$

$= 4(a^2 - ab + b^2)$

$= 4\left[\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}\right] \ge 0$, සියලු $a, b \in \mathbb{R}$.

(5) (5)

ඒ නයින්, මූල තාත්ත්වික වේ. (5) **25**

$\alpha + \beta = \frac{2}{3}(a+b) \quad \alpha\beta = \frac{ab}{3}$

(5) (5)

$\beta = \alpha + 2 \Rightarrow = (\beta - \alpha)^2 = 4$ (5)

$\Rightarrow (\beta + \alpha)^2 - 4\alpha\beta = 4$ (5)

$\Rightarrow \frac{4}{9}(a+b)^2 - \frac{4}{3}ab = 4$ (5) (5)

$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 - 3ab = 9$

$\Rightarrow a^2 - ab + b^2 = 9$ (5) **35**

$b^2 - ab + a^2 = 9$

$\Rightarrow \left(b - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} - a^2 + 9$

$= -\frac{3a^2}{4} + 9$

$= \frac{3}{4}(12 - a^2)$ (10)

$\Rightarrow 12 - a^2 \geq 0$ (5)

$\Rightarrow \quad |a| \leq \sqrt{12}$ (5)

$b = \frac{a}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{12 - a^2}.$ (10) **30**

(*b*) $f(x) = x^3 + 4x^2 + cx + d$

$f(-c) = -c^3 + 4c^2 - c^2 + d = -c^3$ (5)

(5) $\Rightarrow 3c^2 + d = 0$ .... (1)

$f(c) = c^3 + 4c^2 + c^2 + d = 0$ (5)

(5) $\Rightarrow c^3 + 5c^2 + d = 0$ .... (2)

$(2) - (1)$ මගින් $c^3 + 2c^2 = 0$ ලැබේ. (5)

$\Rightarrow c^2(c + 2) = 0$

$c \neq 0$, නිසා $c = -2$. (5)

$\Rightarrow d = -3c^2 = -12.$ (5) **35**

දැන් $f(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 12.$

$f(x)$ යන්න $x^2 - 4,$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය $\lambda x + \mu$ ආකාරය ගනී.

එනම් $f(x) = (x^2 - 4)q(x) + \lambda x + \mu.$ (5)

$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x+2)q(x) + \lambda x + \mu.$

$f(2) = 8 = 2\lambda + \mu$ (5) හා $f(-2) = 0 = -2\lambda + \mu$ (5)

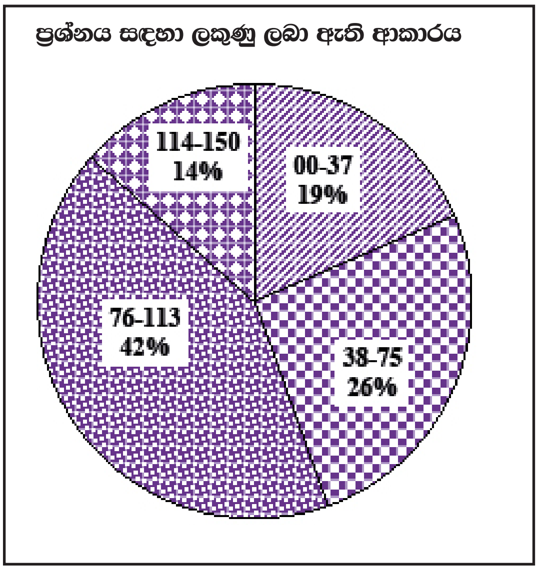
$\Rightarrow \mu = 4$ හා $\lambda = 2$ (5)

$\therefore$ ශේෂය $= 2x + 4$ (5)

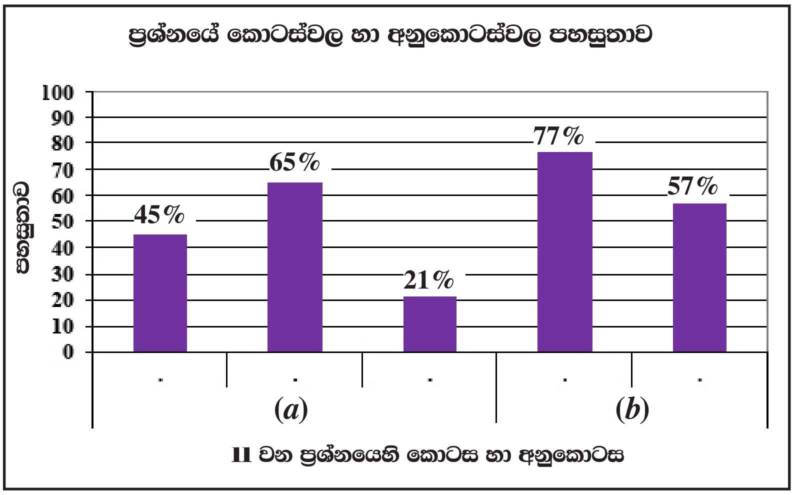
25

---

11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 96%කි. පහසුතාව 54%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 19% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 26% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 42% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 -150 ප්‍රාන්තරයේ 14% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 5ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 77%කි. අඩුම පහසුතාව (a) හි (iii) අනුකොටසට වන අතර එය 21%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටස වර්ග සමීකරණ යටතේ වන අතර (b) කොටස සාධක ප්‍රමේයය හා ශේෂ ප්‍රමේයය යටතේ ඉදිරිපත් කර ඇත. මෙම ප්‍රශ්නය 96% ක් තෝරාගෙන ඇත. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 45% ක් වන අතර (b) කොටසෙහි පහසුතාව 69% කි. (a) කොටසෙහි දී ඇති වර්ගජ ප්‍රකාශනය නිවැරදි ව වර්ග පූරණය කර නැති අතර, වර්ග පූර්ණය නිවැරදිව කර ඇති අපේක්ෂකයන්, = (සමානතාවය) යොදා නොතිබීම හේතුවෙන් ලකුණු අහිමි කර ගෙන තිබුණි. (a) කොටසෙහි $|a| \leq \sqrt{12}$ බව පෙන්වීමේදී $b^2 - ab + a^2 = 9$ වර්ග සමීකරණයේ b තාත්ත්වික වීම සඳහා අවශ්‍යතාව හඳුනා ගැනීමට අපොහොසත් වී තිබුණි.

(b) කොටසෙහි $(x + c)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය සෙවීමේ දී $f(-c)$ සෙවීම වෙනුවට $f(c)$ සොයා තිබුණි. අපේක්ෂකයන් තුළ මූලික වීජීය සංකල්ප වර්ධනය කිරීමටත්, දී ඇති උපදෙස් කියවා ප්‍රශ්නය නිවැරදිව තේරුම් ගැනීමටත් තර්කානුකූලව පිළිතුරු සැපයීමටත් හැකිවන සේ අභ්‍යාසවල යෙදවීම වඩාත් ඵලදායි වේ.

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) එක එකක පිරිමි ළමයින් තිදෙනකු හා ගැහැනු ළමයින් දෙදෙනකු සිටින කණ්ඩායම් දෙකක සාමාජිකයන් අතුරෙන්, සාමාජිකයන් හයදෙනකුගෙන් යුත් කමිටුවක් තෝරා ගත යුතුව ඇත්තේ කමිටුවේ සිටින ගැහැනු ළමයින් සංඛ්‍යාව වැඩි තරමින් දෙදෙනකු වන පරිදි ය.

(i) කමිටුවට එක් එක් කණ්ඩායමෙන් සාමාජිකයන් ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් තෝරා ගත යුතු නම්,

(ii) කමිටුවට එක් ගැහැනු ළමයකු පමණක් තෝරා ගත යුතු නම්,

සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් කමිටු ගණන සොයන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(r) = \dfrac{1}{(r+1)^2}$ සහ $U_r = \dfrac{(r+2)}{(r+1)^2(r+3)^2}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(r) - f(r+2) = 4U_r$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{13}{144} - \frac{1}{4(n+2)^2} - \frac{1}{4(n+3)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව **අපෝහනය** කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $t_n = \displaystyle\sum_{r=n}^{2n} U_r$ යැයි ගනිමු.

$\lim\limits_{n \to \infty} t_n = 0$ බව පෙන්වන්න.

(*a*) (i)

තේරිය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන		කමිටු ගණන	
1 කණ්ඩායම	**2** කණ්ඩායම		
2	4		
1G 1B	1G 3B	$2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$	(10)
2B	1G 3B	${}^3C_2 \times 2 \times 1 = 6$	(10)
2B	2G 2B	${}^3C_2 \times {}^2C_2 \times {}^3C_2 = 9$	(10)
		27	(5)

වෙනස් කමිටු ගණන $= 27 \times 2$

$= 54$ (10) **[45]**

(ii) 1G 5B

(10) ${}^4C_1 \times {}^6C_5 = 24$ (5) **[15]**

(i) වෙනත් ක්‍රමයක්

1 කණ්ඩායම		2 කණ්ඩායම		කමිටු ගණන	
M(3)	F(2)	M(3)	F(2)		
2		2	2	${}^3C_2 \times {}^3C_2 \times {}^2C_2 = 9$	(10)
2		3	1	${}^3C_2 \times {}^3C_3 \times {}^2C_1 = 6$	(10)
1	1	3	1	${}^3C_1 \times {}^2C_1 \times {}^3C_3 \times {}^2C_1 = 12$	(10)
2	2	2		9	
3	1	2		6	(5)
3	1	1	1	12	

කමිටු ගණන : 9 + 6 + 12 + 9 + 6 + 12 = 54 (10)

(*b*)

$$f(r) - f(r+2) = \frac{1}{(r+1)^2} - \frac{1}{(r+3)^2} \quad (5)$$

$$= \frac{4(r+2)}{(r+1)^2(r+3)^2} \quad (5)$$

$$= 4U_r \quad (5)$$

15

එවිට

$r = 1; \quad 4U_1 = f(1) - f(3)$

$r = 2; \quad 4U_2 = f(2) - f(4)$ (10)

$r = 3; \quad 4U_3 = f(3) - f(5)$

$\vdots$

$r = n-2; \quad 4U_{n-2} = f(n-2) - f(n)$

$r = n-1; \quad 4U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$ (10)

$r = n; \quad 4U_n = f(n) - f(n+2)$

$$4\sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2) \quad (10)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{1}{(n+3)^2}$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{13}{144} - \frac{1}{4(n+2)^2} - \frac{1}{4(n+3)^2} \quad (10)$$

40

$n \to \infty$ විට ද.පැ.හි සීමාව $\dfrac{13}{144}$ (5)

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ අභිසාරී වන අතර එකතුව $\dfrac{13}{144}$ (5)

(5)

15

$$t_n = \sum_{r=n}^{2n} u_r$$

$$= \sum_{r=1}^{2n} u_r - \sum_{r=1}^{n-1} u_r \quad (5)$$

$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ අභිසාරී බැවින්

$$\lim_{n \to \infty} t_n = \lim_{n \to \infty} \sum_{r=1}^{2n} u_r - \sum_{r=1}^{n-1} u_r \quad (5)$$

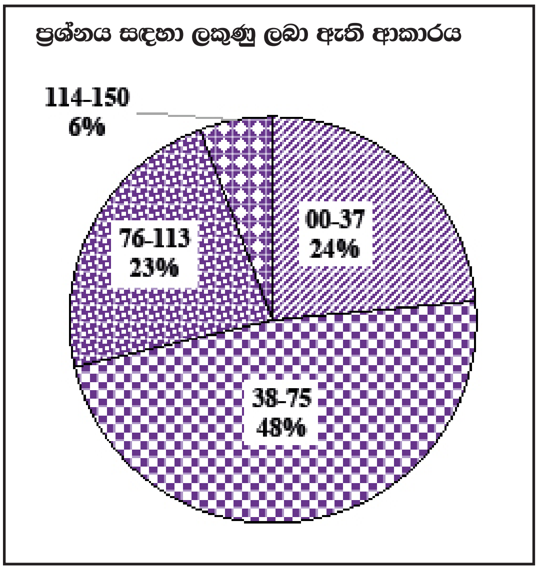
$$= \frac{13}{144} - \frac{13}{144} \quad (5)$$

$$= 0. \quad (5)$$

20

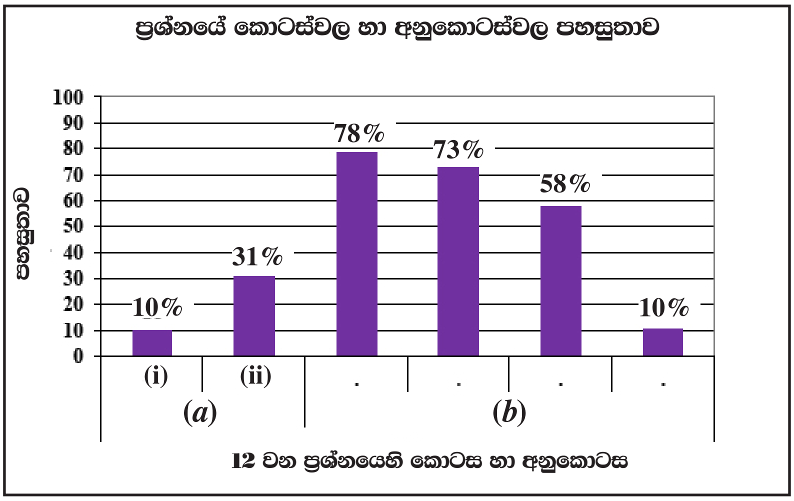
---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 80% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 40% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 24% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 48% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 23% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 6% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*b*) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 78%කි. අඩුම පහසුතාව (*a*) හි පළමු හා (*b*) හි සිව්වන අනුකොටසට වන අතර එය 10%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

මෙම ගැටලුව එකිනෙක වෙනස් විෂය කරුණු දෙකකින් සමන්විත වේ. (*a*) කොටසෙහි සංකරණ හා සංයෝජන පිළිබඳ දැනුම ද (*b*) කොටසෙහි ශ්‍රේණි පිළිබඳ දැනුම ද පරීක්ෂා කර ඇත. මෙම ප්‍රශ්නයට 80% ක් අපේක්ෂකයන් පිළිතුරු සපයා ඇත. (*a*) කොටසේ පහසුතාව 15% ක් වන අතර (*b*) කොටසෙහි පහසුතාව 57% ක් වේ.

(*a*) කොටසෙහි සමහර තැන්වල ${}^{n}C_{r}$ වෙනුවට ${}^{n}P_{r}$ යොදා තිබුණ අතර ${}^{3}C_{2} \times {}^{3}C_{2} \times {}^{2}C_{2}$ ගුණිතය වෙනුවට $\left({}^{3}C_{2} + {}^{3}C_{2} + {}^{2}C_{2}\right)$ ලෙස ලියා තිබීමෙන් ලකුණු අහිමි කර ගෙන තිබුණි.

(*b*) කොටසෙහි $\sum_{r=1}^{n} u_r$ සෙවීමේදී $4u_r = f(r) - f(r+2)$ සම්බන්ධයෙහි $r = 1, 2, 3 \ldots.\ n-2, n-1, n$ ආදේශ කළ යුතු වුවත් $r = 1, 2 \ \ldots\ldots\ n-1, n$ පමණක් ආදේශ කිරීමෙන් නිවැරදි පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වූ අතර, ලකුණු ද අහිමි කර ගෙන තිබුණි.

(*b*) හි තුන්වන කොටසේ $\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව සොයා තිබුණ ද එහි ඓක්‍යය ලියා නොදැක්වීම නිසා ලකුණු අහිමි කර ගෙන තිබුණි.

$\sum_{r=n}^{2n} u_r$ සෙවීමේදී $\sum_{r=n}^{2n} u_r = \sum_{r=n}^{2n} u_r - \sum_{r=1}^{n} u_r$ ලෙස වැරදි ප්‍රකාශනයක් ලියා ගණනය කිරීමෙන්, ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. සාමාන්‍යයෙන් සුපුරුදු රටාවේ ප්‍රශ්න ඉදිරිපත් කිරීමට අමතරව වෙනස් ස්වරූපයේ ප්‍රශ්න සිසුන්ට ඉදිරිපත් කිරීමෙන් ඔවුන් එම ආකාරවල ප්‍රවේශයන්ට යොමු කර ගත හැකිවේ. මේ මගින් සිසුන්ගේ සාධන මට්ටම ඉහළට ගෙන ආ හැකිවේ.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -1 & 0 \\ 1 & 3a \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$\mathbf{P} = \mathbf{AB}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන $\mathbf{P}$ න්‍යාසය සොයා, a හි කිසිදු අගයකට $\mathbf{P}^{-1}$ **නොපවතින** බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{P}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 5\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ නම්, $a = 2$ බව පෙන්වන්න.

a සඳහා මෙම අගය සහිත ව, $\mathbf{Q} = \mathbf{P} + \mathbf{I}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසයයි.

$\mathbf{Q}^{-1}$ ලියා දක්වා $\mathbf{AA}^{\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\mathbf{R} = \left(\frac{1}{5}\mathbf{Q}\right)^{-1}$ වන පරිදි $\mathbf{R}$ න්‍යාසය සොයන්න.

(*b*) $z = x + iy$ යැයි ගනිමු; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. z හි, මාපාංකය $|z|$ හා ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ අර්ථ දක්වන්න.

(i) $z\bar{z} = |z|^2$,

(ii) $z + \bar{z} = 2\,\mathrm{Re}\,z$ හා $z - \bar{z} = 2i\,\mathrm{Im}\,z$

බව පෙන්වන්න.

$z \neq 1$ හා $w = \dfrac{1+z}{1-z}$ යැයි ගනිමු. $\mathrm{Re}\,w = \dfrac{1-|z|^2}{|1-z|^2}$ හා $\mathrm{Im}\,w = \dfrac{2\,\mathrm{Im}\,z}{|1-z|^2}$ බව පෙන්වන්න.

$z = \cos\alpha + i\sin\alpha \ (0 < \alpha < 2\pi)$ නම්, $w = i\cot\dfrac{\alpha}{2}$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

(*c*) ආගන්ඩ් සටහනක, A හා B ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් $-3i$ හා 4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි. C හා D ලක්ෂ්‍ය පළමුවන චෘත්ත පාදකයේ පිහිටන්නේ $ABCD$ රොම්බසයක් හා $B\hat{A}D = \theta$ වන පරිදි ය; මෙහි $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{7}{25}\right)$ වේ. C හා D ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

(*a*) $P = AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -1 & 0 \\ 1 & 3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ 1 & a \end{pmatrix}$ (10) **[10]**

$\begin{vmatrix} 2 & 2a \\ 1 & a \end{vmatrix} = 2a - 2a = 0.$ (5)

$\therefore$ a හි කිසිම අගයක් සඳහා P^{-1} නොපවතී. (5) **[10]**

වෙනත් ක්‍රමයක්

P^{-1} පැවතීම සඳහා

$$\begin{pmatrix}2 & 2a\\ 1 & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b & c\\ d & e\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$ (5) $b,c,d,e \in \mathbb{R}$ වන පරිදි පැවතිය යුතුය.

$\Leftrightarrow 2b+2ad=1,\quad b+ad=0,\quad 2c+2ae=0$ සහ $c+ae=1,$

මෙය විසංවාදයකි.

$\therefore$ a හි කිසිම අගයක් සඳහා P^{-1} නොපවතී. (5) **10**

$P\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=5\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ නම් $\begin{pmatrix}2+4a\\1+2a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\5\end{pmatrix}$. (5)

$\Leftrightarrow 2+4a=10$ සහ $1+2a=5$.

$\Leftrightarrow a=2$. (5) **10**

$a=2$.

$$Q=P+I=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 1 & 3\end{pmatrix}.$$ (5)

$$\therefore Q^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & -4\\ -1 & 3\end{pmatrix}.$$ (10) **15**

$$AA^{T}-\frac{1}{2}R=\left(\frac{1}{5}Q\right)^{-1}$$

$$=5Q^{-1}.$$ (5)

$$\Leftrightarrow R=2AA^{T}-10Q^{-1}$$

$$=2\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & 4 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}-10\left(\frac{1}{5}\right)\begin{pmatrix}3 & -4\\ -1 & 3\end{pmatrix}$$

$$=2\begin{pmatrix}2 & 6\\ 6 & 21\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & -8\\ -2 & 6\end{pmatrix}.$$

(5) (5)

$$=\begin{pmatrix}-2 & 20\\ 14 & 36\end{pmatrix}.$$ (5) **20**

(*b*) $z = x + iy \quad x, y \in \mathbb{R}$

(5) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ සහ $\bar{z} = x - iy.$ (5) **10**

(i) $z\bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2 = |z|^2$ (5)

(ii) $z + \bar{z} = (x + iy) + (x - iy) = 2x = 2\,\mathrm{Re}\,z$ සහ (5)

$z - \bar{z} = (x + iy) - (x - iy) = 2iy = 2i\,\mathrm{Im}\,z.$ (5) **15**

$z \neq 1,\ w = \frac{1+z}{1-z} \times \frac{1-\bar{z}}{1-\bar{z}} = \frac{1 - z\bar{z} + z - \bar{z}}{|1-z|^2} = \frac{1 - |z|^2 + 2i\,\mathrm{Im}\,z}{|1-z|^2}$

(5) (5) (5)

$\mathrm{Re}\,w = \frac{1-|z|^2}{|1-z|^2}$ සහ $\mathrm{Im}\,w = \frac{2\,\mathrm{Im}\,z}{|1-z|^2}$ (5) **20**

$z = \cos\alpha + i\sin\alpha \ (0 < \alpha < 2\pi).$

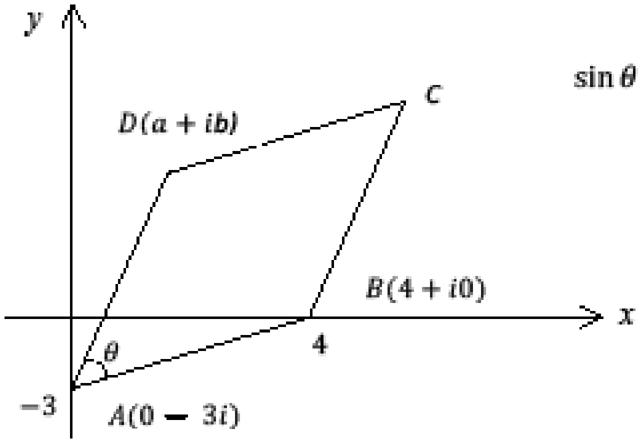
එවිට $|z| = 1 \Leftrightarrow \mathrm{Re}\,w = 0.$

(5)

$\therefore\ w = \frac{2i\,\mathrm{Im}\,z}{|1-z|^2} = \frac{2i\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha} = \frac{2i\sin\alpha}{2(1-\cos\alpha)} = i\,\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}} = i\cot\frac{\alpha}{2}.$

(5) (5) (5) **20**

(*c*)



$\sin\theta = \frac{7}{25}, \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{24}{25}$

$D \equiv (a, b)$ යැයි ගනිමු.

A වටා AB වාමාවර්තව භ්‍රමණය කිරීමෙන් AD ලබා ගත හැක.

$\therefore a + i(b+3) = (4+3i)(\cos\theta + i\sin\theta)$ (10)

$$= (4+3i)\left(\frac{24}{25} + i\frac{7}{25}\right)$$

$\Leftrightarrow a + i(b+3) = (3+4i)$

$\Leftrightarrow a = 3$ හා $b = 1$.

$\therefore D$ මගින් $3+i$ නිරූපණය කරයි. (5)

$C \equiv (p, q)$ නම්, $\dfrac{p+0}{2} = \dfrac{3+4}{2}$ හා $\dfrac{q-3}{2} = \dfrac{1+0}{2}$

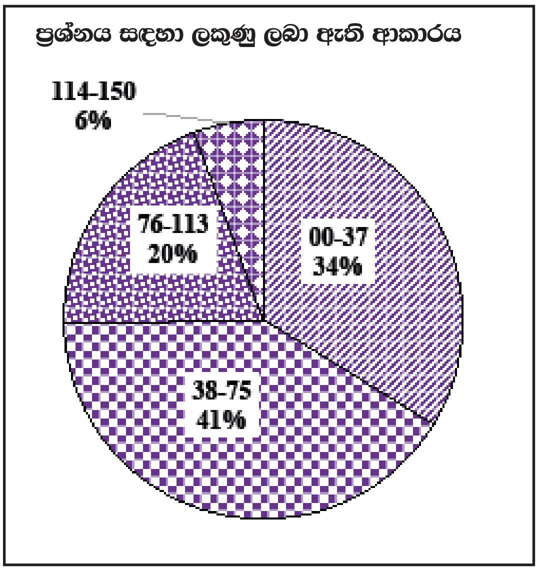
$\Rightarrow p = 7$ හා $q = 4$

$\therefore C$ මගින් $7+4i$ නිරූපණය කරයි. (5)

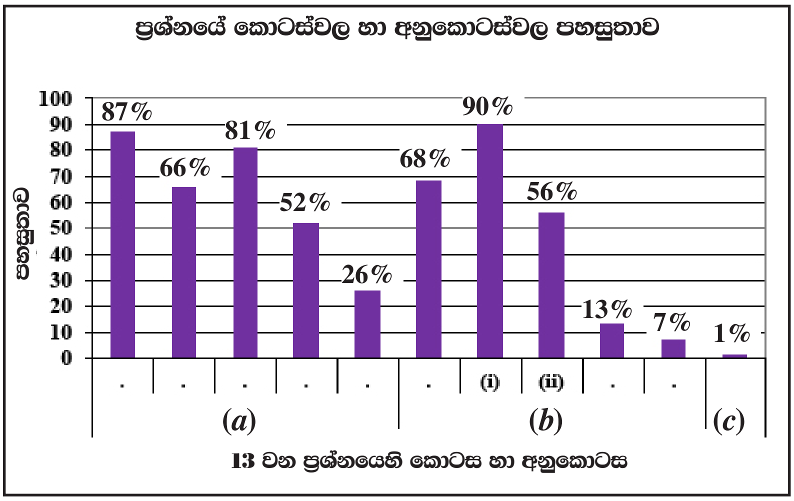
20

---

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 69% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 39% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 34% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 41% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 20% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 6% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 11ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*b*) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 90%කි. අඩුම පහසුතාව (*c*) හි වන අතර එය 1%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

මෙම ගැටලුව (*a*), (*b*), (*c*) යනුවෙන් කොටස් තුනකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටස මගින් න්‍යාස පිළිබඳ දැනුම ද (*b*) හා (*c*) කොටස් මගින් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම ද පරීක්ෂා කොට ඇත. (*a*), (*b*) හා (*c*) හි පහසුතා පිළිවෙළින් 56%, 32%, 01% වේ. (*a*) හි පළමු අනුකොටසෙහි පහසුතාව 87% ක ඉහළ මට්ටමක පවතී. සපයා ඇති පිළිතුරු ද සාර්ථක මට්ටමක පැවතුණි. (*a*) හි දෙවන අනුකොටසෙහි P^{-1} නොපවතින බව පෙන්වීමට නිවැරදි මූලධර්ම යොදා ගෙන නොමැති වීම නිසා සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා නොතිබුණි. (*a*) හි පස්වන අනුකොටසෙහි $AA^{T} - \frac{1}{2}R = \left(\frac{1}{5}Q\right)^{-1}$ භාවිතයෙන් R සෙවීමේදී $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{5}$ ලෙස ගැනීමෙන් හා න්‍යාස දෙකේ ගුණිතය සෙවීමේදී සුළු කිරීමේ දෝෂ ඇතිවීම නිසා ලබාගත් ලකුණු ප්‍රමාණය අඩු වී තිබුණි. එම කොටසෙහි පහසුතාව ද 26% ක අඩු මට්ටමක විය. (*b*) කොටසෙහි (i) හා (ii) අනුකොටස්වල පහසුතා ඉහළ අගයක පැවති අතර ඉන්පසු අනුකොටස් දෙකෙහි පහසුතා පිළිවෙළින් 13% හා 7% පමණ විය. (*c*) කොටසෙහි පහසුතාව 01% ක ඉතා අඩු අගයක විය. භ්‍රමණ සිද්ධාන්තය පිළිබඳ දැනුම ප්‍රමාණවත් නොවීම එම කොටස සඳහා ඉතා අඩු ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමට හේතු විය. මූලික සංකල්ප තහවුරු වන පරිදි ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

14 වන ප්‍රශ්නය

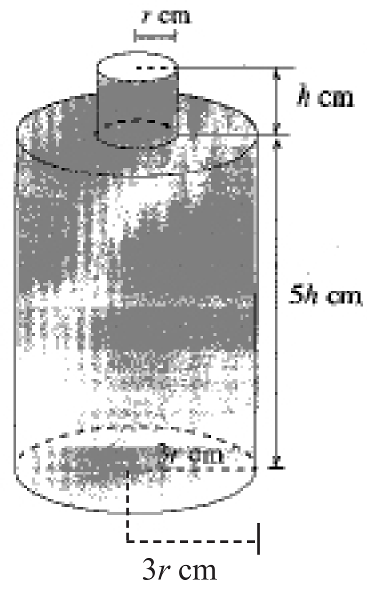
14. (*a*) $x \neq -1, \frac{1}{3}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{16(x-1)}{(x+1)^2(3x-1)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq -1, \frac{1}{3}$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \dfrac{-32x(3x-5)}{(x+1)^3(3x-1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්, $k(x+1)^2(3x-1) = 16(x-1)$ සමීකරණයට හරියටම එක් මූලයක් පවතින පරිදි $k \in \mathbb{R}$ හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) අරය $3r$ cm හා උස $5h$ cm වන සංවෘත කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක උඩත් මුහුණතින් අරය r cm වන තැටියක් ඉවත් කර, අරය r cm හා උස h cm වන විවෘත කුහර සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සවිකර 391π cm^3 ක පරිමාවක් සහිත බෝතලයක් සාදා ගත යුතුව ඇත. බෝතලයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S cm^2 යන්න $S = \pi r(32h + 17r)$ බව දී ඇත. S අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



(*a*) $x \neq -1, \frac{1}{3}$; සඳහා $f(x) = \dfrac{16(x-1)}{(x+1)^2(3x-1)}$,

එවිට

$$f'(x) = \frac{16(x+1)^2(3x-1) - 16(x-1)[2(x+1)(3x-1) + 3(x+1)^2]}{(x+1)^4(3x-1)^2} \quad (15)$$

$$= \frac{16(x+1)[(x+1)(3x-1) - 2(x-1)(3x-1) - 3(x-1)(x+1)]}{(x+1)^4(3x-1)^2}$$

$$= \frac{-32x(3x-5)}{(x+1)^3(3x-1)^2}\ ;\ \left(x \neq -1, \frac{1}{3}\right) \quad (10)$$

25

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ : $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$, එවිට $y = 0$. (5)

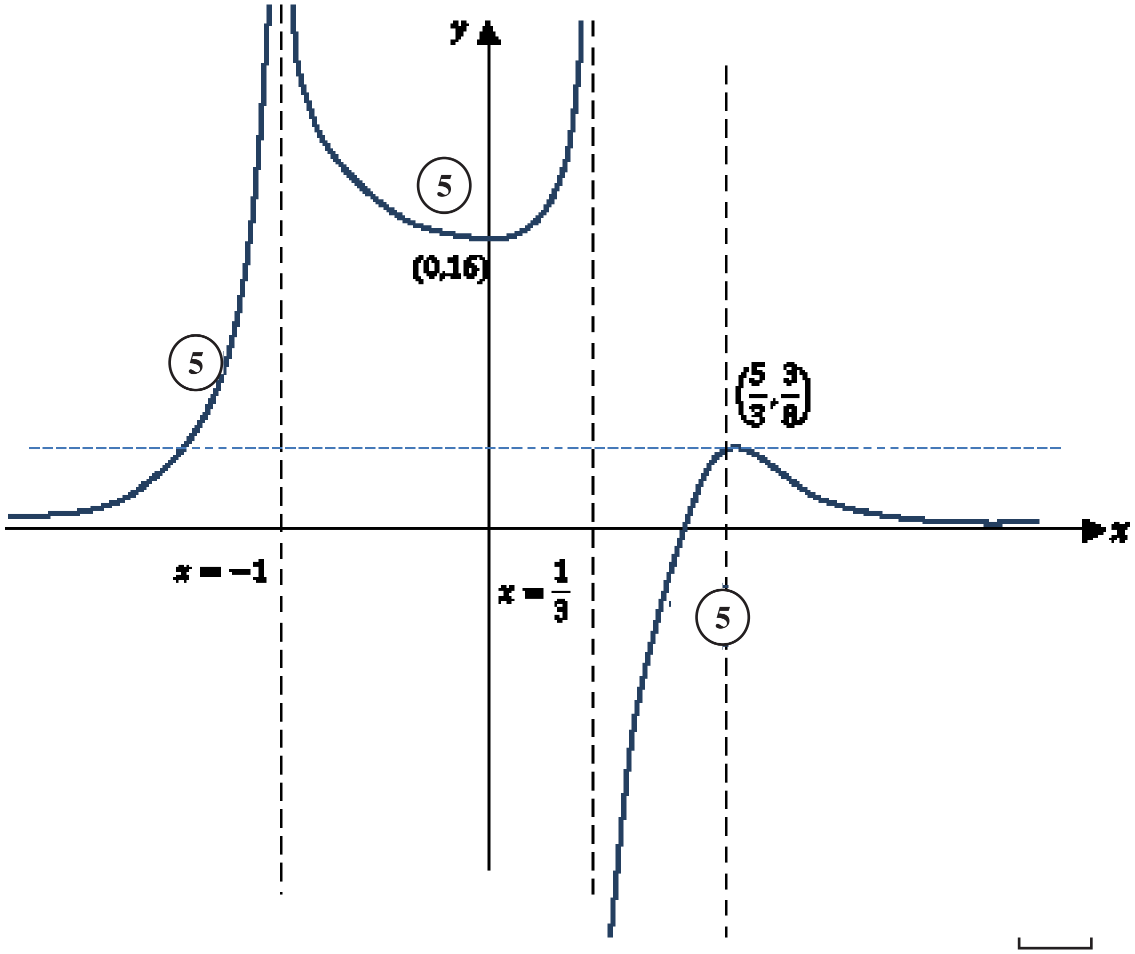
$\lim_{x \to -1^{\pm}} f(x) = \infty$, $\lim_{x \to \frac{1}{3}^{-}} f(x) = \infty$ සහ $\lim_{x \to \frac{1}{3}^{+}} f(x) = -\infty$,

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ : $x = -1$ සහ $x = \frac{1}{3}$ (5)

හැරුම් ලක්ෂ්‍යවලදී : $f'(x) = 0$. $\Leftrightarrow$ $x = 0$ හෝ $x = \frac{5}{3}$.

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < \frac{5}{3}$	$\frac{5}{3} < x < \infty$
$f'(x)$ ලකුණ	(+)	(−)	(+)	(+)	(−)
	f ඒකවිධ ලෙස වැඩිවේ	f ඒකවිධ ලෙස අඩුවේ	f ඒකවිධ ලෙස වැඩිවේ	f ඒකවිධ ලෙස වැඩිවේ	f ඒකවිධ ලෙස අඩුවේ
	(5)	(5)	(5)	(5)	(5)

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය : (0, 16) ස්ථානීය අවමයක් සහ $\left(\frac{5}{3}, \frac{3}{8}\right)$, ස්ථානීය උපරිමයක්.
(5) (5)



$k(x+1)^2(3x-1) = 16(x-1).$

$$\Leftrightarrow k = \frac{16(x-1)}{(x+1)^2(3x-1)}.$$ (5)

$k \leq 0$ හෝ $\frac{3}{8} < k < 16$ ම නම් පමණක් දෙන ලද සමීකරණයට හරියටම එක් මූලයක් පමණක් පවතී.

(5) (5)

15

(*b*) පරිමාව : $391\pi = \pi(3r)^2(5h) + \pi r^2 h$ (10)

$$\Rightarrow 391 = 46r^2 h$$

$$\Rightarrow h = \frac{17}{2r^2}, \quad (r > 0).$$ (5)

පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය : $S = \pi r(32h + 17r).$

$$= 17\pi\left(\frac{16}{r} + r^2\right)$$ (5)

(5) $$\frac{dS}{dr} = 17\pi\left(-\frac{16}{r^2} + 2r\right) = \frac{34\pi(r^3 - 8)}{r^2}$$ (5)

$$\frac{dS}{dr} = 0 \Leftrightarrow r = 2.$$ (5)

$0 < r < 2$ විටදී $\frac{dS}{dr} < 0$ සහ $r > 2$ විටදී $\frac{dS}{dr} > 0.$

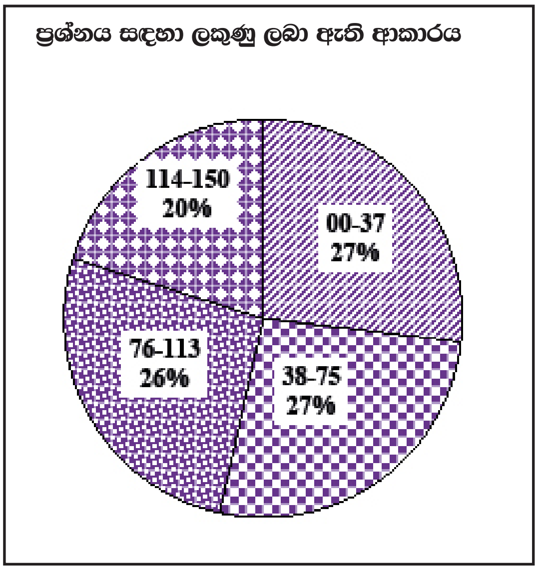
(5) (5)

$\therefore$ $r = 2$ විටදී S අවම වේ. (5)

50

---

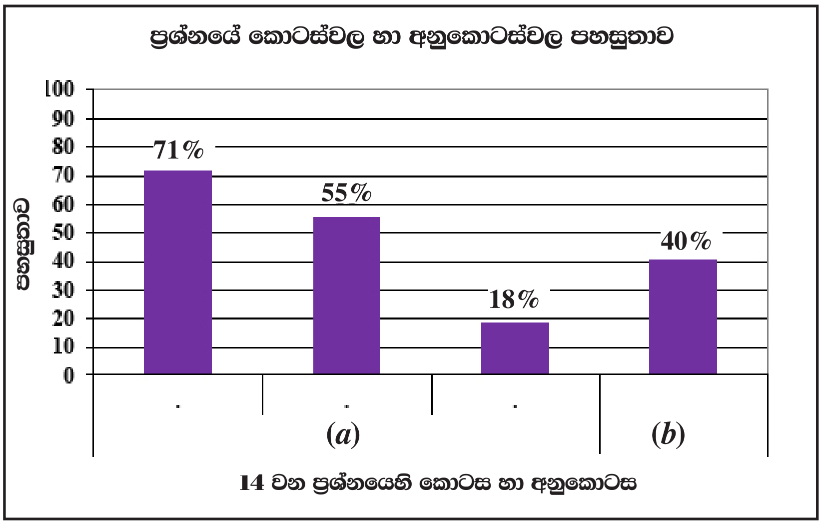
14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 92% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 49% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.

ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 27% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 26% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 20% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 71%කි. අඩුම පහසුතාව (*a*) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 18%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 92% ක් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇත. (*a*) කොටසෙහි අනුකොටස්වල පහසුතාව 18% සිට 71% දක්වා විසිරී ඇත. (*a*) හි පළමු අනුකොටසෙහි $f^{/}(x)$ සෙවීමේදී සුළු කිරීමේ දෝෂ නිසා ලකුණු අහිමි කර ගෙන තිබුණි. (*a*) හි දෙවන අනුකොටසෙහි ස්පර්ශෝන්මුඛ අසල අවකලන සංගුණකයේ ලකුණ සාකච්ඡා නොකිරීම ලකුණු අඩුවීමට හේතුවකි. (*a*) හි තුන්වන අනුකොටසෙහි, $k = f(x)$ බව හඳුනාගෙන නොතිබීම හේතුවෙන් දී ඇති සමීකරණයට එක් තාත්වික මූලයක් පවතින k හි අගය පරාසය සොයා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි.

(*b*) කොටසෙහි පහසුතාව 40% කි. මෙම කොටසෙහි S තනි විචල්‍යයක ශ්‍රිතයක් බවට පත් කර ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා, අවකලන සංගුණකය සෙවීමේදී නිවැරදි පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි. S අවම බව පෙන්වීමේදී, $\frac{d^2s}{dr^2}$ නිවැරදිව භාවිත නොකිරීම එනම් පරාසයේ සියලු r සඳහා දෙවන අවකලන සංගුණකයේ ලකුණ ධන ලෙස නොගැනීමෙන් ලකුණු අඩුවෙන් ලබාගෙන තිබුණි. තවද S අවම බව පෙන්වීමට [සරල රේඛාව: 0 (−), 2 (+)] ලෙස සරල රේඛාවක් පමණක් සටහන් කිරීම නිසා සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි විය. මෙයට සමාන විවිධ අභ්‍යාසවල නිරත කරවීම මගින් මෙවැනි අඩුපාඩු මඟ හරවා ගත හැකිය.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (*a*) (i) x^2, x^1 හා x^0 හි සංගුණක සැසඳීමෙන්,

සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $Ax^2(x-1)+Bx(x-1)+C(x-1)-Ax^3=1$ වන පරිදි A, B හා C නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\dfrac{1}{x^3(x-1)}$ යන්න භින්න භාග වලින් ලියා දක්වා $\displaystyle\int \frac{1}{x^3(x-1)}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(ii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int x^2 \cos 2x\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(*b*) $\theta = \tan^{-1}(\cos x)$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}\,\mathrm{d}x = 2\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

a නියතයක් වන $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(*a*) (i) $Ax^2(x-1)+Bx(x-1)+C(x-1)-Ax^3=1$

සංගුණක සැසඳීමෙන් :

$x^2 \;:\; -A+B=0$ (5)

$x^1 \;:\; -B+C=0$ (5)

$x^0 \;:\; -C=1$ (5)

$A=-1, B=-1$ සහ $C=-1$ (5) **20**

$1 = -x^2(x-1) - x(x-1) - (x-1) + x^3$

$\therefore \dfrac{1}{x^3(x-1)}$; භින්න භාග ඇසුරින් :

$\dfrac{1}{x^3(x-1)} = -\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{x-1}$, ලෙස වේ. (5)

එනයින් $\displaystyle\int \frac{1}{x^{3(x-1)}}\,dx = -\int \frac{1}{x}\,dx - \int \frac{1}{x^2}\,dx - \int \frac{1}{x^3}\,dx + \int \frac{1}{x-1}\,dx$

$= -\ln|x| + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \ln|x-1| + C,$ (5)

(5) (5) (5) (5)

මෙහි C යනු අභිමත නියතයක් වේ. **30**

---

(5)

(ii) $\int x^2 \cos 2x \, dx = \frac{x^2 \sin 2x}{2} - \frac{1}{2}\int 2x \sin 2x \, dx$ (5)

$= \frac{x^2 \sin 2x}{2} + \frac{x \cos 2x}{2} - \frac{1}{2}\int \cos 2x \, dx$ (5)

(5)

$= \frac{x^2 \sin 2x}{2} + \frac{x \cos 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C,$ මෙහි C යනු අභිමත නියතයක් වේ. (5)

(5) (5)

30

(*b*) $\theta = \tan^{-1}(\cos x); \; -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\tan\theta = \cos x \implies \sec^2\theta \, d\theta = -\sin x \, dx$ (5)

$x = 0 \implies \theta = \tan^{-1}(1) \implies \theta = \frac{\pi}{4}$ (5)

$x = \pi \implies \theta = \tan^{-1}(-1) \implies \theta = -\frac{\pi}{4}$ (5)

(5) (5) (5)

$\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx = -\int_{\frac{\pi}{4}}^{-\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2\theta}{\sqrt{\sec^2\theta}} d\theta = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sec\theta \, d\theta \; \left(\sqrt{\sec^2\theta} = \sec\theta \text{ as } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$

$= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec\theta(\sec\theta + \tan\theta)}{(\sec\theta + \tan\theta)} d\theta$ (5)

$= \ln|\sec\theta + \tan\theta| \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$ (5)

$= \ln(\sqrt{2}+1) - \ln(\sqrt{2}-1)$ (5)

$= \ln\left(\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}\right)$

$= 2\ln(\sqrt{2}+1).$ (5)

50

$$I = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x)\sin(\pi-x)}{\sqrt{1+\cos^2(\pi-x)}}dx \quad (5)$$

$$= \pi\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}dx - \int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}dx$$

$$\Rightarrow I = \pi[2\ln(\sqrt{2}+1)] - I \quad (5)$$

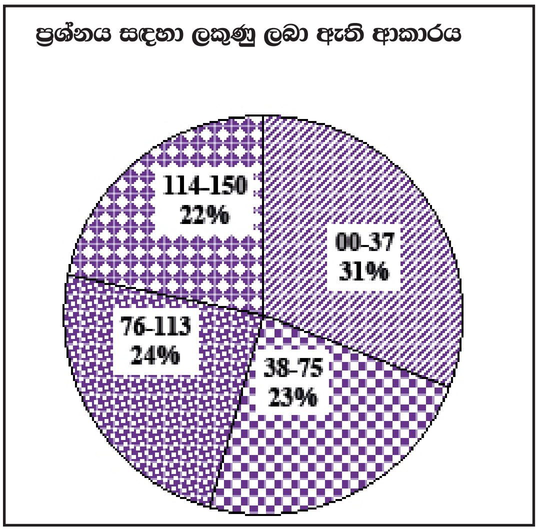
$$\Rightarrow 2I = 2\pi\ln(\sqrt{2}+1)$$

$$\Rightarrow I = \pi\ln(\sqrt{2}+1). \quad (5)$$

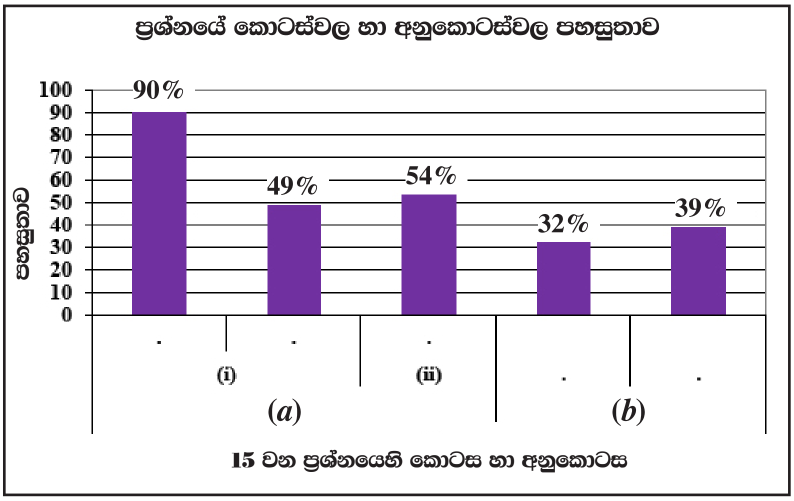
20

---

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 81% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 49% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 31% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 23% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 24% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 5ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) (i) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 90%කි. අඩුම පහසුතාව (*b*) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 32%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 81% ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 49% කි. මෙය (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත අනුකලනය පිළිබඳ මූලධර්ම ඇසුරෙන් සැකසූ ප්‍රශ්නයකි. (a) හි (i) අනුකොටසෙහි පහසුතාව 91% ක ඉහළ අගයක් ගනී. (a) හි (ii) අනුකොටසෙහි කොටස් මගින් අනුකලනයේදී u සහ v නිවැරදිව තෝරා නොගැනීම නිසා ගැටලුව සංකීර්ණ වී පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී තිබුණි. (b) හි පළමු අනුකොටසහි, ආදේශයක් යොදා අනුකලනය කිරීමේදී, සීමා පරිවර්තනය සහ විචල්‍ය පරිවර්තනය නිවැරදිව නොකිරීමෙන් ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. එහි පහසුතාව 32% ක් විය. (b) දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 39% ක් විය. $\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^a f(a-x)\,\mathrm{d}x$ භාවිතය සඳහා විචල්‍ය පරිවර්තනය පිළිබඳ මූලික දැනුම නැතිවීම නිසා, මෙම කොටසට අඩු ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා තිබුණි. මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගැනීම සඳහා අනුකලන මූලධර්ම ඇතුළත් විවිධ ස්වරූපයේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් උනන්දු කළ යුතුය.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. $A \equiv (-2, -3)$ හා $B \equiv (4, 5)$ යැයි ගනිමු. AB රේඛාව සමග l_1 හා l_2 රේඛා එක එකක් සාදන සුළු කෝණය $\frac{\pi}{4}$ වන පරිදි A ලක්ෂ්‍යය හරහා යන l_1 හා l_2 රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

P හා Q ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් l_1 හා l_2 මත ගෙන ඇත්තේ $APBQ$ සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි ය.

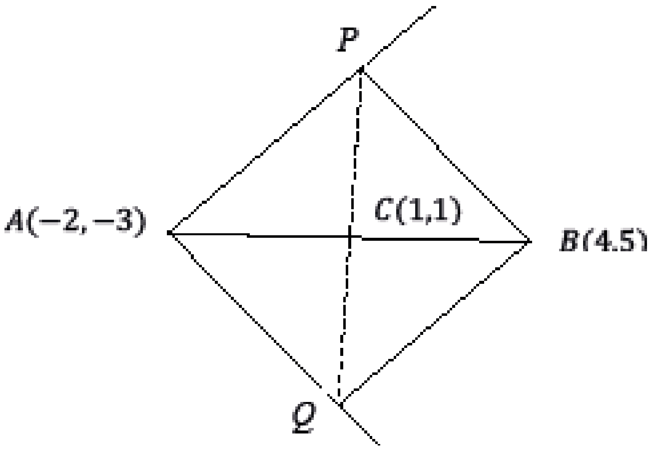
PQ හි සමීකරණය සොයා, P හා Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

තව ද A, P, B හා Q ලක්ෂ්‍ය හරහා යන S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$\lambda > 1$ යැයි ගනිමු. $R \equiv (4\lambda, 5\lambda)$ ලක්ෂ්‍යය, S වෘත්තයට පිටතින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

R ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.

$\lambda (> 1)$ විචලනය වන විට, මෙම ස්පර්ශ ජ්‍යායන් අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.



$$\tan\frac{\pi}{4} = \left|\frac{m - \frac{4}{3}}{1 + \frac{4m}{3}}\right| \quad (10)$$

$$\Rightarrow \left(m - \frac{4}{3}\right)^2 = \left(1 + \frac{4m}{3}\right)^2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow 7m^2 + 48m - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (7m - 1)(m + 7) = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{7} \text{ හෝ } m = -7$$

(5) (5)

$\therefore$ අවශ්‍ය සමීකරණය වන්නේ :

(i) $y + 3 = \frac{1}{7}(x + 2) \Rightarrow x - 7y - 19 = 0$, (10)

සහ

(ii) $y + 3 = -7(x + 2) \Rightarrow 7x + y + 17 = 0$. (10)

45

l_1 යනු $x - 7y - 19 = 0$ රේඛාව සහ අනෙක l_2 යැයි ගනිමු.

PQ හි සමීකරණය : $y - 1 = -\frac{3}{4}(x - 1) \Rightarrow 3x + 4y - 7 = 0$ (10)

l_1 සහ PQ හි ඡේදන ලක්ෂය : $P = (5, -2)$ (5)

$Q = (x_0, y_0)$, නම්,

$$\frac{5 + x_0}{2} = 1 \Rightarrow x_0 = -3$$

(5)

$$\frac{2 + y_0}{2} = 1 \Rightarrow y_0 = 4$$

$Q = (-3, 4)$. (5)

25

A, P, B හා Q ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තය AB විශ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තය වේ. (10)

$(y - 5)(y + 3) + (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$.

(10)

20

$CR^2 = (4\lambda - 1)^2 + (5\lambda - 1)^2$ හා වෘත්තයේ අරය 5 වේ. (10)

දැන් $CR^2 - 25 = (4\lambda - 1)^2 + (5\lambda - 1)^2 - 25$ (5)

$= 41\lambda^2 - 18\lambda - 23$

$= (\lambda - 1)(41\lambda + 23) > 0 \quad \text{as } \lambda > 1$. (10)

$\therefore$ R ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයට පිටතින් පිහිටයි. (5)

30

අවශ්‍ය ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය

$$x(4\lambda) + y(5\lambda) - (x + 4\lambda) - (y + 5\lambda) - 23 = 0 \quad (10)$$

$$(-x - y - 23) + \lambda(4x + 5y - 9) = 0 \quad (5)$$

$\therefore$ ස්පර්ශ ජ්‍යාය $4x + 5y - 9 = 0$ හා $x + y + 23 = 0$ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය

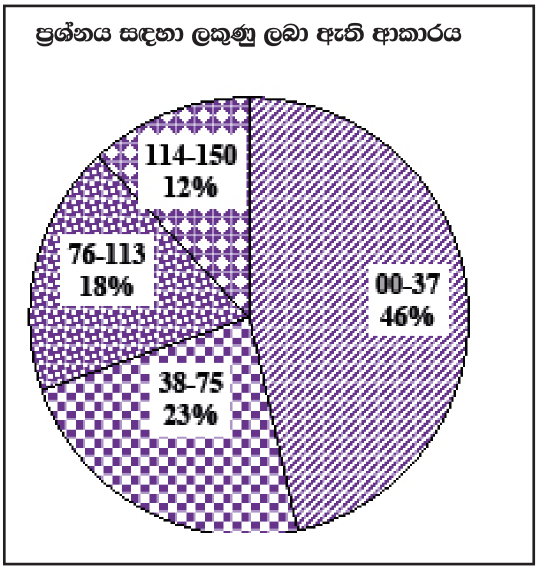
හරහා යයි. (10)

එය අචල ලක්ෂයකි. (5)

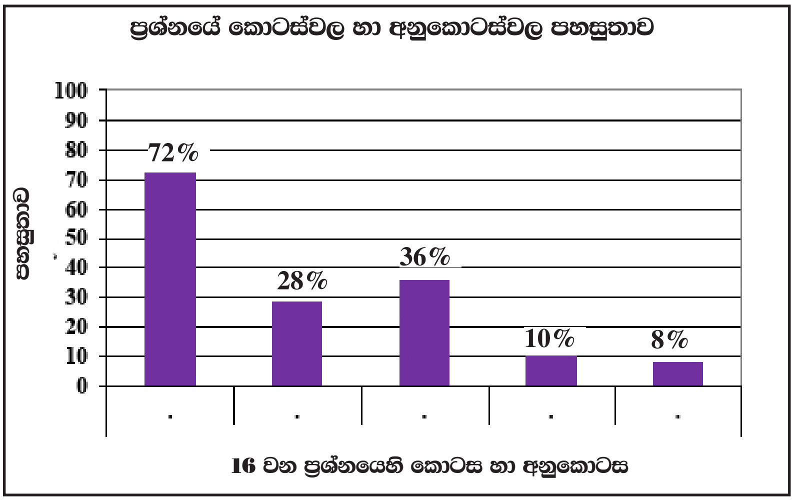
30

---

16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 32% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 35% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 46% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 23% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 12% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 5ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 72%කි. අඩුම පහසුතාව පස්වන අනුකොටසට වන අතර එය 8%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය සරල රේඛාව සහ වෘත්තය යන මාතෘකා ඇසුරින් නිර්මාණය කර ඇත. අපේක්ෂකයන්ගෙන් 32% ක් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇත. මෙහි පළමු අනුකොටසෙහි (මාපාංකය) | | ඉවත් කිරීමේදී ± යන අවස්ථා දෙකම සැලකිල්ලට නොගැනීම නිසා (අනුක්‍රමණය) m සඳහා, ලබාගත හැකි වූයේ එක් අගයක් පමණි. එම නිසා මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. මෙම අනුකොටසෙහි පහසුතාව 72% කි. දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 28% කි. සමීකරණ විසඳීමේදී ඇති වන සුළු කිරීමේ දෝෂ ලකුණු අඩුවීමට හේතු විය. හතරවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 10% කි. මෙම කොටසෙහි $(CR^2 - 25)$ සඳහා ලැබුණ $41\lambda^2 - 18\lambda - 23$ ප්‍රකාශනය > 0 බව පෙන්වීමට අපොහොසත් වීම නිසා ලකුණු අහිමි වී තිබුණි. පස්වන අනුකොටසෙහි ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය $l_1 + \lambda l_2 = 0$ ආකාරයට සකස් කර නොගැනීම සහ එම සමීකරණය අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව වටහා නොගැනීම නිසා ලකුණු අහිමි වී තිබුණි. මෙම කොටසෙහි පහසුතාව 08% කි.

ජ්‍යාමිතිය ගැටළු විසඳීමේදී, සුළු කිරීමේ දෝෂ අවම වන පරිදි ව්‍යුහගත අභ්‍යාසවල සිසුන් යෙදවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය. අත්‍යවශ්‍ය ජ්‍යාමිතික මූලධර්ම නැවත මතක් වන සේ පෙර දැනුම පරීක්ෂණයක් හෝ එම අරමුණ ඉටු කරන මුද්‍රිත පත්‍රිකාවක් සපයා දීම මගින් මෙවැනි ගැටළුවලට පිළිතුරු සපයන ප්‍රතිශතය 32% ට වඩා වැඩි කර ගත හැකිය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) $0 \le \theta \le \pi$ සඳහා $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 0$ විසඳන්න.

$\cos\theta$ ඇසුරෙන් $\cos 2\theta$ හා $\cos 3\theta$ ලියා දක්වා, $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $t = \cos\theta$ වේ.

එ නයින්, $4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල තුන ලියා දක්වා $4t^2 - 2t - 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල $\cos\frac{\pi}{5}$ හා $\cos\frac{3\pi}{5}$ බව පෙන්වන්න.

$\cos\frac{3\pi}{5} = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(*b*) ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D යනු $BD : DC = m : n$ වන පරිදි BC මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු; මෙහි $m, n > 0$ වේ. $B\hat{A}D = \alpha$ හා $D\hat{A}C = \beta$ බව දී ඇත. BAD හා DAC ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්, $\frac{mb}{nc} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $b = AC$ හා $c = AB$ වේ.

එ නයින්, $\frac{mb - nc}{mb + nc} = \tan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cot\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $2\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(*a*) $0 \le \theta \le \pi$ සඳහා $\cos 3\theta = -\cos 2\theta = \cos(\pi - 2\theta)$ (5) (5)

$$3\theta = 2n\pi \pm (\pi - 2\theta),\ n \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

$5\theta = 2n\pi + \pi,\ n \in \mathbb{Z}$ හෝ $\theta = 2n\pi - \pi,\ n \in \mathbb{Z}$.

$0 \le \theta \le \pi$ බැවින් විසඳුම් $\theta = \pi,\ \frac{\pi}{5}$ හා $\frac{3\pi}{5}$

(5) (5) (5)

30

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ සහ $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$. (5) (5)

$\therefore\ \cos 2\theta + \cos 3\theta = 4\cos^3\theta + 2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 1$

$= 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1$, මෙහි $t = \cos\theta$.

(10)

20

$\therefore\ 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0$ හි මූලයන් $\cos\pi, \cos\frac{\pi}{5}$ හා $\cos\frac{3\pi}{5}$. (10)

$\cos\pi = -1 \Rightarrow t + 1$ යනු $4t^3 + 2t^2 - 3t - 1$ හි සාධකයකි.

$$\Rightarrow 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = (t+1)(4t^2 - 2t - 1) = 0 \quad (10)$$

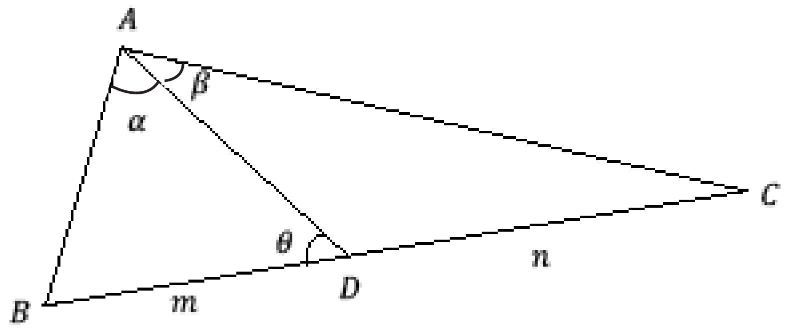
$4t^2 - 2t - 1 = 0$ හි මූලයන් $\cos\frac{\pi}{5}$ හා $\cos\frac{3\pi}{5}$ (5)

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 4\times4\times1}}{2\times4} = \frac{1\pm\sqrt{5}}{4} \quad (5)$$

$\cos\frac{3\pi}{5} < 0$ බැවින් $\cos\frac{3\pi}{5} = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$ (5)

35

(*b*)



$B\hat{D}A = \theta$ යැයි ගනිමු.

සයින් නීතිය භාවිතයෙන් :

$BAD: \frac{BD}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\theta}$ (10)

$ADC: \frac{DC}{\sin\beta} = \frac{b}{\sin(\pi-\theta)}$ (10)

$$\Rightarrow \frac{(BD)\sin\beta}{(DC)\sin\alpha} = \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{mb}{nc} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}. \quad (5)$$

25

$$mb = nc\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{mb - nc}{mb + nc} = \frac{nc\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} - nc}{nc\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} + nc}$$ (5)

$$= \frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta}$$ (5)

$$= \frac{2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}$$ (5)

$$= \tan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cot\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right).$$

(5)

20

(*c*) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \gamma$ හා $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = \delta$ යැයි ගනිමු. $0 < \delta, \gamma < \frac{\pi}{2}$.

(5) $2\gamma + \delta = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2\gamma = \frac{\pi}{2} - \delta$

$\Leftrightarrow \tan(2\gamma) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$ $\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right.$ සුළු කෝණයක් බැවින්, 2γ ද සුළු කෝණයකි.$\left.\right)$

$$\tan 2\gamma = \frac{2\tan\gamma}{1 - \tan^2\gamma} = \frac{2\times\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3}{4}$$ (5)

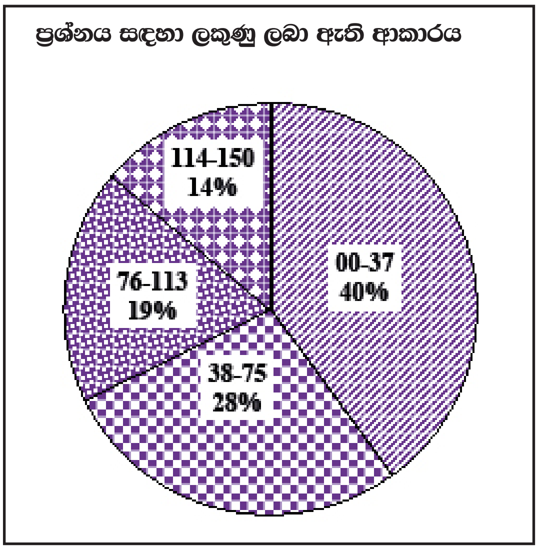
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \cot\delta = \frac{3}{4}$$ (5)

$$\therefore 2\gamma + \delta = \frac{\pi}{2}.$$ (5)

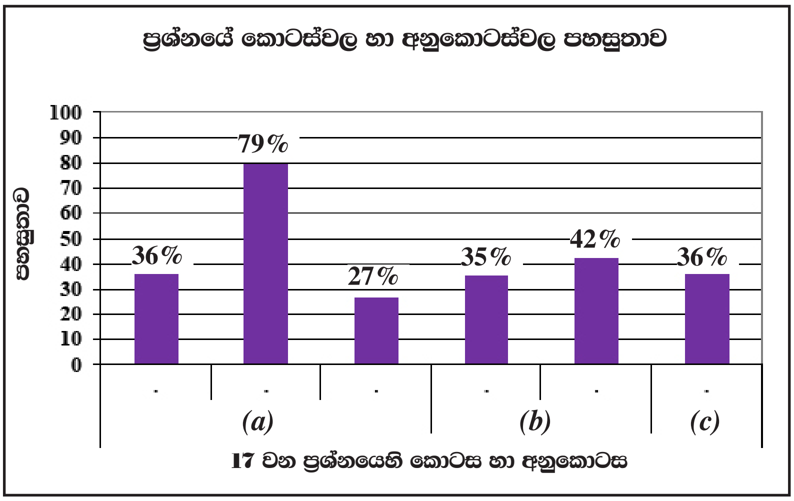
20

---

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 57% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 40% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 40% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 19% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 14% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 6ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (a) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 79%කි. අඩුම පහසුතාව (a) හි තුන්වන අනුකොටසට වන අතර එය 27%කි.

[8 වන පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 5 හා 15 පිටුවේ ප්‍රස්තාරය 12 ට අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය අපේක්ෂකයන්ගෙන් 57% ක් තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 40% කි. මෙම ප්‍රශ්නය $(a), (b)$ හා (c) යනුවෙන් ප්‍රධාන කොටස් තුනකින් සමන්විත වන අතර ත්‍රිකෝණමිතිය මාතෘකාව යටතේ සැකසූ ප්‍රශ්නයකි. (a) කොටස අනුකොටස් තුනකින් සමන්විත වන අතර වැඩිම පහසුතාව දෙවන අනුකොටසට ද අඩුම පහසුතාව තුන්වන අනුකොටසට ද වේ. තුන්වන අනුකොටසෙහි $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 0$ හා $4\cos^3\theta + 2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 1 = 0$ යනු එකම සමීකරණක් බව වටහා ගෙන නොතිබුණි. තවද මෙහි මූල $\cos \pi$, $\cos \dfrac{\pi}{5}$, $\cos \dfrac{3\pi}{5}$ බව ප්‍රකාශ කිරීමට නොහැකි වූ බැවින් එම කොටසට සැහෙන ලකුණු ප්‍රමාණයක් අහිමි විය.

(b) කොටසෙහි අනුකොටස් දෙකකි. එහි පළමුවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 35% කි. මෙම කොටසේදී BD හා DC පාදවල දිග වෙනුවට m හා n අනුපාත යොදා sin සූත්‍රය ලියා තිබුණි. එමනිසා එම කොටසට ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. (b) හි දෙවන අනුකොටසෙහි පහසුතාව 42% කි. ආකලන හා ගුණන, සූත්‍ර දැන නොසිටීම නිසා සුළු කිරීමේ අපහසුතා දක්නට ලැබුණි. (c) කොටසෙහි පහසුතාව 36% ක් විය. $\tan(2\gamma + \delta)$, ∞ ට සමාන කිරීම නිසා ලකුණු අහිමි කරගෙන තිබුණි. මූලික සංකල්ප තහවුරු වන පරිදි ගැටලු විසඳීමට යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

2.2 II පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II පත්‍රයේ ව්‍යුහය

කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

  A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට** ම පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.

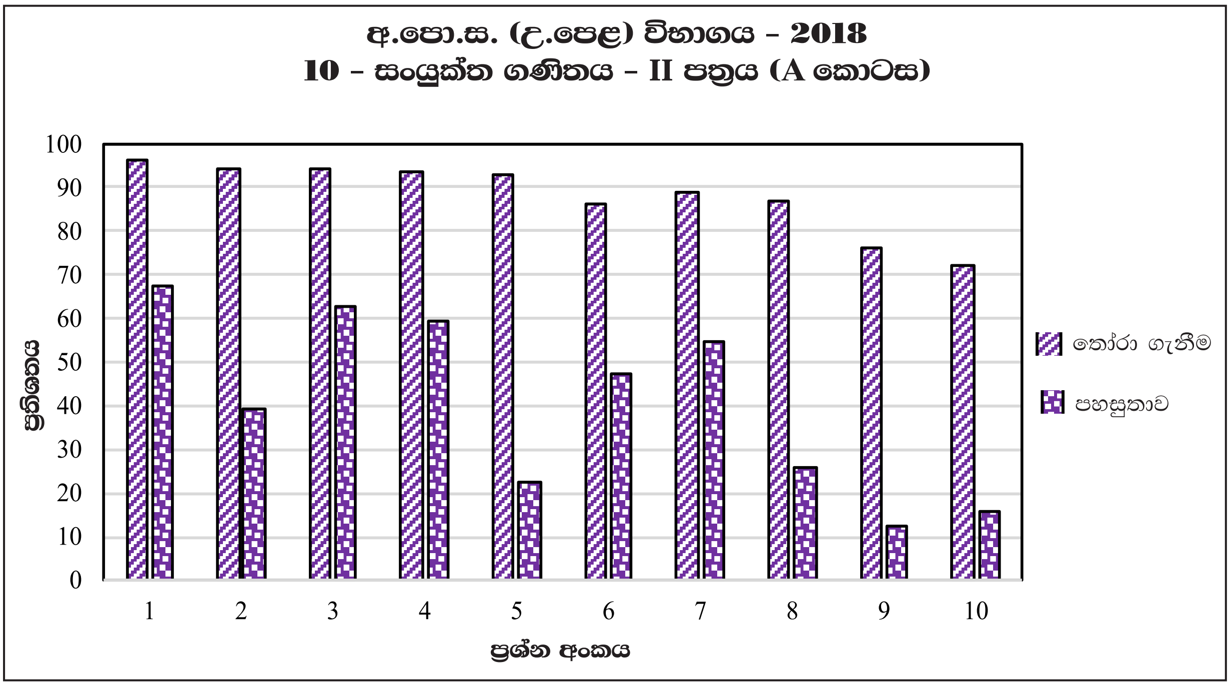
  B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.

  II පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

- විභාගයේදී A කොටසට, ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.2.2. II පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයට ම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වේ. මෙම කොටසේ එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයත් එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 13 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් II පත්‍රයට පෙනී සිටි අපේක්ෂකයන්ගෙන් 90%කට වැඩි පිරිසක් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 1, 2, 3, 4 හා 5 යන ප්‍රශ්නවලට ය. අපේක්ෂකයන්ගෙන් වැඩි ම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 97%කි. 10 වන ප්‍රශ්නයට 72%ක අඩුම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත.

මෙම ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතා සලකා බැලීමේ දී පෙනී යන්නේ පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත්තේ 1, 3, 4 හා 7 යන ප්‍රශ්නවලට බවය. 5, 8, 9 හා 10 යන ප්‍රශ්න හතරට පහසුතා 30% ට වඩා අඩු වේ. ඒවා පිළිවෙළින් 22%, 26%, 12% හා 15%ක් වේ.

පහසුතාව වැඩි ම ප්‍රශ්නය, 1 වන අතර එහි පහසුතාව 67% ක් වේ. වැඩියෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ ද පළමු ප්‍රශ්නය වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ අංක 9 ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 12%ක් වේ. එම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 76%ක් වේ.

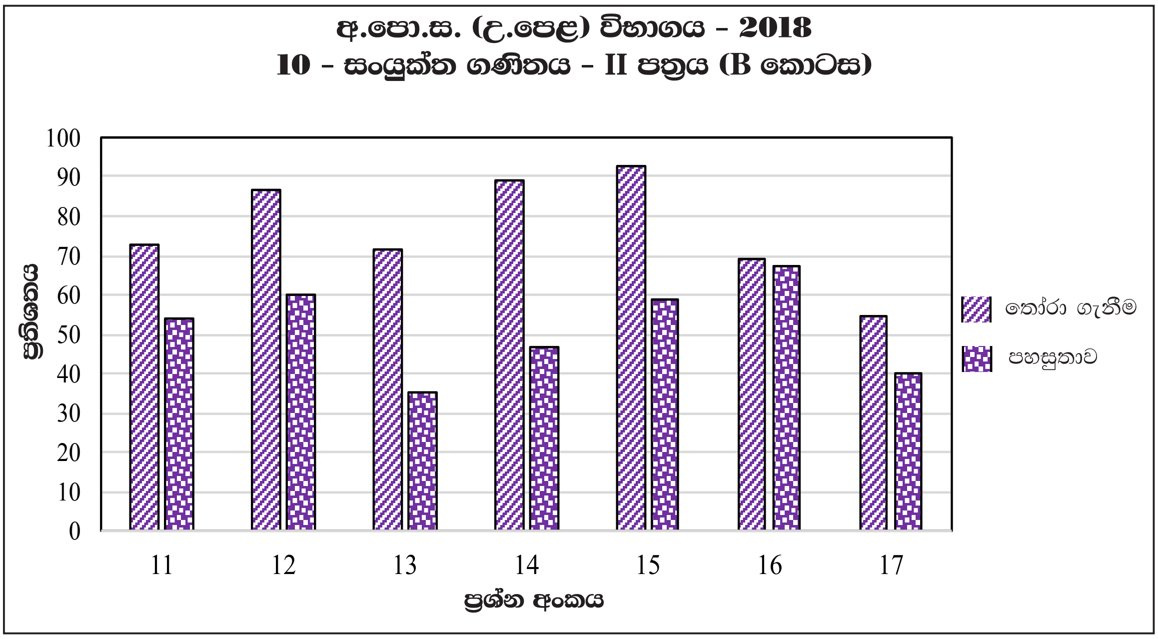
මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගී කර ගත හැකි වේ.

ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් අතුරෙන්	කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය	16	19	13	17	53	25	19	39	46	36
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	52	10	24	42	12	34	38	10	5	5
පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය		3	6	6	6	7	14	11	13	24	28
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		67	39	63	60	22	47	54	26	12	15

වගුව 6 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන් අතුරෙන් කිසිම ලකුණක් නොලැබූ, ලකුණු 25ම ලැබූ හා උත්සාහ නොකළ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයකට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම හිමිකර ගත් අපේක්ෂකයන් වැඩි ම ප්‍රතිශතය එනම් 52%ක් ඇත්තේ 1 ප්‍රශ්නයටයි. අඩුම ප්‍රතිශතය ඇත්තේ 9 හා 10 ප්‍රශ්නවලට වන අතර එය 5%කි. ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය වැඩිම වන්නේ 5 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 53%කි. කිසිම ලකුණක් නොලැබූ ප්‍රතිශතය අඩුම වන්නේ 3 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 13%කි. 10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ නොකළ ප්‍රතිශතය වැඩිම වන අතර එය 28%කි. ලකුණු 25ම ලැබූ ප්‍රතිශතය අඩුම වන්නේ 9 හා 10 වන ප්‍රශ්නවලට වන අතර එය 5%කි. ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව වැඩිම වන්නේ 1 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 67%කි. ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව අඩුම වන්නේ 9 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 12%කි.

සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසේ දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් තම අභිමතය පරිදි තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 14 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම II පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, වැඩියෙන්ම එනම් අපේක්ෂකයන්ගෙන් 93% ක් තෝරාගෙන ඇත්තේ 15 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එහි පහසුතාව 59% ක් වේ. අඩුවෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය ප්‍රතිශතයක් ලෙස 55%ක් ද එහි පහසුතාව 40% ක් ද වේ.

A කොටසෙහි පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය වන 9 වන ප්‍රශ්නය ද, B කොටසෙහි පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය වන 13 වන ප්‍රශ්නය ද සකසා ඇත්තේ පිළිවෙලින් සංඛ්‍යානය හා සරල අනුවර්තී චලිතය විෂය කොටස් පදනම් කර ගනිමිනි. ඒවා අලුත් ආකෘතික ප්‍රශ්න වේ. මෙයින් පැහැදිලි වන්නේ අපේක්ෂකයන් තුළ අලුත් ආකෘතියක ගැටලුවලට මුහුණ දීමට සිදුව ඇති අපහසුතාවයයි.

A කොටසෙහි සමස්ත පහසුතාව 41% ක් වන අතර B කොටසෙහි සමස්ත පහසුතාව 50% කි. එදිනෙදා ජීවිතයේ ප්‍රායෝගික සිද්ධීන් හා සම්බන්ධ කර ගැටලු සාකච්ඡා කිරීමෙන් හා නිරන්තරව අභ්‍යාස කරවීමෙන් පහසුතාව වැඩිකර ගැනීමට හැකිවේ.

2.2.3. II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුර, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ එකිනෙක දෙසට එකම u වේගයෙන් චලනය වෙමින් තිබෙන, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $2m$ හා m වූ A හා B අංශු දෙකක් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු A අංශුව නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ බව ද ගැටුම නිසා B මත යෙදෙන ආවේගයෙහි විශාලත්වය $2mu$ බව ද පෙන්වන්න.

පද්ධතියට $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

$\rightarrow \quad 0 = [2m(0) + mv] - [2mu - mu]$ (5)

$\Rightarrow mv = mu$

$\Rightarrow v = u$ (5)

නිව්ටන්ගේ ප්‍රත්‍යාගති නියමය යෙදීමෙන් : $v - 0 = -e(-u - u)$ (5)

$u = e(2u)$

$e = \frac{1}{2}$. (5)

B පද්ධතියට $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්

$\rightarrow$ ආවේගය $= mv - m(-u)$

$= mu + mu = 2mu.$ (5)

25

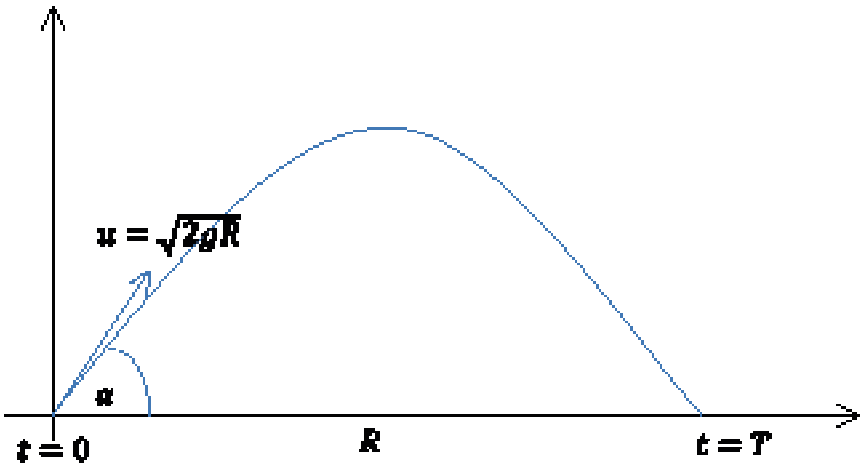
---

1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්යය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 96% ක් පමණ වේ. ආවේගී ගැටුමක් නිසා සිදුවන ගම්‍යතා පරිවර්තනය හේතුවෙන් ප්‍රවේගයේ ඇති වන වෙනස සෙවීම හා නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය නිවැරදිව යොදා ගැනීම පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ගැටලුවේ අරමුණ වේ. ගැටලුවේ පහසුතාවය 67% කි. ගැටලුවේ $2m$ වෙනුවට m යොදා ගැනීමට තරම් සිසුන් නොසැලකිලිමත්ව තිබුණි. $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීම වුවද රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිතිය ඇසුරෙන් ද විසඳීමට යොමුව තිබිණි. නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය නිවැරදිව යොදා ගැනීමේ අපහසුතා ද සිසුන් තුළ තිබුණි. මූලධර්ම තහවුරු වන සේ සරල ගැටලු මූලිකව ඉදිරිපත් කර මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැක.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. තිරස් බිම මත වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් $u=\sqrt{2gR}$ ආරම්භක වේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ; මෙහි R යනු, බිම මත ප්‍රක්ෂිප්තයේ තිරස් පරාසය වේ. තිබිය හැකි ආරම්භක ප්‍රක්ෂේපණ දිශා දෙක අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.



$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්, පියාසර කාලය T :

$\uparrow \quad 0 = (u \sin\alpha)T - \frac{1}{2}gT^2 \quad \Rightarrow T = \frac{2u\sin\alpha}{g}$ (5)

$\rightarrow \quad R = (u\cos\alpha).\ T = \frac{2u^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$ (5)

$R = 2R\sin 2\alpha;\quad \sin 2\alpha = \frac{1}{2}$ (5)

$2\alpha = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$

ප්‍රක්ෂේපණය කළ හැකි කෝණ දෙක :

$\alpha_1 = \frac{\pi}{12}$ සහ $\alpha_2 = \frac{5\pi}{12}$, (5)

$\therefore \quad \alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{12}(5-1) = \frac{\pi}{3}$ (5)

25

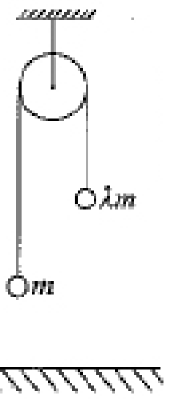
---

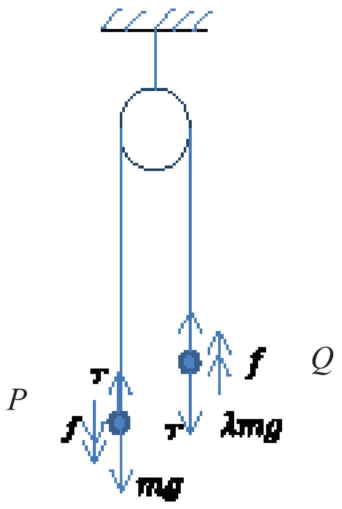
2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්යය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 93% ක් පමණ වේ. ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිතය අධ්‍යයනය කිරීම මෙයින් අපේක්ෂිත අතර එහි පහසුතාව 39% ක් තරම් පහත මට්ටමක විය. ප්‍රගතික සමීකරණය භාවිතය සතුටුදායක මට්ටමකට තිබුණ ද එහි ප්‍රතිඵල විශ්ලේෂණය කිරීම දුර්වල මට්ටමක පැවතිණි. සාම්ප්‍රදායික ගැටලු විසඳීම වෙනුවට සුළු වශයෙන් ලද පිළිතුර ප්‍රායෝගිකව විමර්ශනය සඳහා සිසුන්ට මඟ පෙන්වීම හා නිදසුන් ඉදිරිපත් කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැක.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය λm වූ Q අංශුවක් අචල, සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තන්තුව තදව ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලබයි. P අංශුව $\frac{g}{2}$ ත්වරණයකින් පහළට චලනය වේ. $\lambda = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.
P අංශුව තිරස් **අප්‍රත්‍යාස්ථ** ගෙබිමක v වේගයෙන් ගැටෙයි නම් හා Q අංශුව කිසිවිටෙකත් කප්පිය කරා ළඟා නොවේ නම්, P අංශුව බිම ගැටුණු මොහොතේ සිට Q අංශුව උපරිම උසට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය සොයන්න.





$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්,

P සඳහා : ↓ $mg - T = m\left(\frac{g}{2}\right)$ ———— (1) ⑤

Q සඳහා : ↑ $T - \lambda mg = \lambda m\left(\frac{g}{2}\right)$ ———— (2) ⑤

$(1)+(2) \Rightarrow (1-\lambda)mg = (1+\lambda)m(g/2)$ (5)

$\Rightarrow \quad 2(1-\lambda) = (1+\lambda)$

$\lambda = \frac{1}{3}$, (5)

Q ට, එහි උපරිම උසට ළඟා වීමට ගතවන කාලය t යන්න

$0 = v - g\,t$ මගින් දෙනු ලබයි.

$\Rightarrow t = \frac{v}{g}$, (5) **25**

---

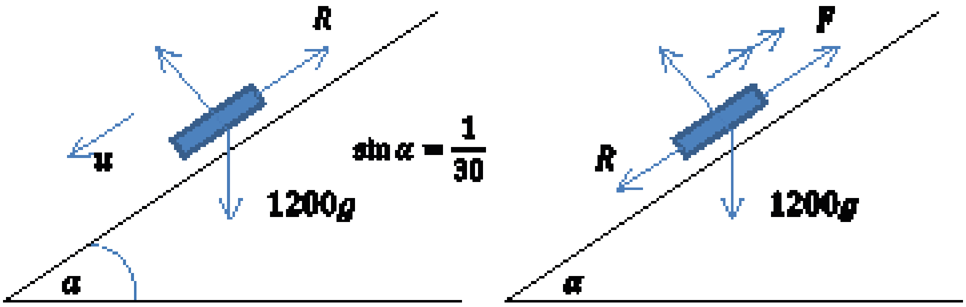
3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 94% කි. නිව්ටන්ගේ චලිත නියම පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර මෙහි පහසුතාව 63% කි. පිළිතුර ලබා ගැනීමේ අරමුණින්, පද්ධතියටම එක්වර $\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන් පිළිතුර ලැබුණ ද ක්‍රමවේදයේ මූලධර්ම දෝෂ නිසා ලකුණු අහිමි වී තිබුණි. මුල් චලිතය අවසන දී සිදුවන නව චලිතයට අනුරූපව මූලධර්ම නිවැරදිව යොදා ගැනීම් දුර්වලතාවය නිසා පහසුතාව අඩුවී සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා නොතිබිණි. මෙවැනි ආකෘතියක ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැක.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. ස්කන්ධය 1200 kg වූ කාරයක් එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ සෘජු පාරක් දිගේ පහළට යම් නියත වේගයකින් චලනය වේ; මෙහි $\sin\alpha = \frac{1}{30}$ වේ. ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 10\ \text{m s}^{-2}$ ලෙස ගනිමින් කාරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය නිව්ටන වලින් සොයන්න.

කාරය, එම ප්‍රතිරෝධයටම යටත්ව $\frac{1}{6}\ \text{m s}^{-2}$ ත්වරණයක් සහිත ව එම පාරම දිගේ ඉහළට ගමන් කරන විට, එහි වේගය $15\ \text{m s}^{-1}$ වන මොහොතේ දී එන්ජිමේ ජවය කිලෝවොට් වලින් සොයන්න.



R ප්‍රතිරෝධය පමණක් යටතේ මෝටර් රථය පහළට චලනය වන විට,

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

↙ $1200\, g \sin\alpha - R = 0$ (5)

$\Rightarrow \quad R = 1200(10)\left(\frac{1}{30}\right) = 400\ N.$ (5)

මෝටර් රථය ඉහළට චලනය වන විට, එහි ප්‍රකර්ෂණ බලය F යැයි ගනිමු.

↗ $F - R - 1200\, g \sin\alpha = 1200\left(\frac{1}{6}\right) \Rightarrow F = 1000\ \text{N}$

(5)

එනයින්, ජවය $P = FV = 15\ (1000)\ \text{W}$ (5)

$P = 15\ \text{kW}$ (5) **25**

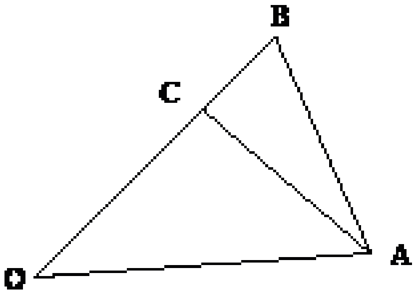
---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් උත්සාහ කර ඇත්තේ 94% ක් පමණි. $\underline{F} = m\underline{a}$ යන සම්මත සමීකරණය යෙදීම පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 60% කි. ඒකක පරිවර්තනය සිදු නොකර පිළිතුර ලියා තැබීම හා $\underline{F} = m\underline{a}$ සමීකරණය ඉහළට යෙදීමේදී බරෙහි සංරචකය නිවැරදි යොදා නොතිබීම පහසුතාව අඩුවීමට හේතු වී තිබිණි. ඒකක පරිවර්තනය හා එම ස්වරූපයේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් හා ප්‍රශ්නය කියවන විට ඒකක පිළිබඳ ව විමසිලිමත් වීම/ සිසුන් විමසිලිමත් කරවීම මගින් මෙම දුර්වලතාවය මඟ හරවා ගත හැකිය.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $3\mathbf{i}$ හා $2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. C යනු $O\hat{C}A = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි OB සරල රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.



$\overrightarrow{OA} = 3\mathbf{i}$, $\quad \overrightarrow{OB} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

එවිට, $\overrightarrow{OC} = \lambda(\overrightarrow{OB}) = \lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ වේ. මෙහි λ අදිශයකි. (5)

$\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{CA}$ ට ලම්බ බැවින්,

$\lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}).\{-\lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) + 3\mathbf{i}\} = 0$ (5)

(5)

$6 - 13\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{6}{13}$ (5)

$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{12}{13}\mathbf{i} + \frac{18}{13}\mathbf{j}.$ (5)

25

---

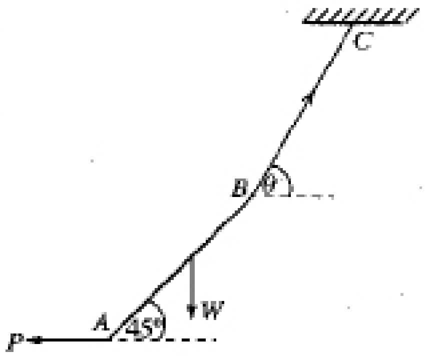
5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

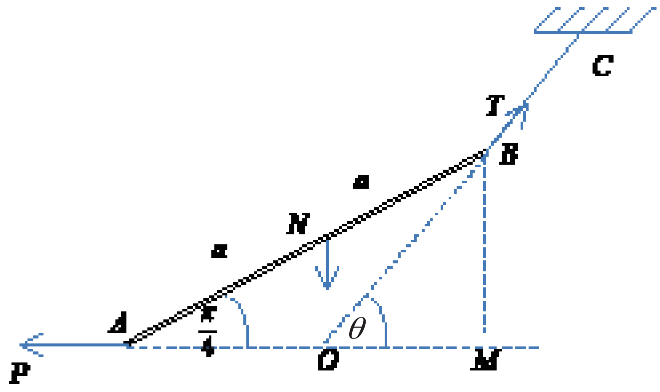
මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 93% කි. දෛශික දෙකක සමානතාවය හා දෛශික තිත් ගුණිතය පිළිබඳ දැනුම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර පහසුතාවය 22% කි. දෙන ලද දත්ත ගැටලුවට අවශ්‍ය ආකාරයට යොදා ගැනීමේ සිදුවූ දුර්වලතා නිසා පහසුතාව ඉතාමත් අඩු වීමට හේතු වී ඇත. සමාන ආකාරවල ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක්, BC සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් හා A කෙළවරේ දී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවේ අල්වා තබා ඇත. දණ්ඩ, තිරස සමග 45° කෝණයක් සාදන බව දී ඇත්නම්, BC තන්තුව තිරස සමග සාදන θ කෝණය $\tan\theta = 2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය W ඇසුරෙන් සොයන්න.





BMO බල ත්‍රිකෝණයකි.

$BM = \frac{2a}{\sqrt{2}}$; $OM = \frac{a}{\sqrt{2}}$ (5)

$\tan\theta = \frac{BM}{OM} = \frac{2a/\sqrt{2}}{a/\sqrt{2}}$

$\tan\theta = 2$

$\uparrow$ $T \sin\theta - W = 0$ (5)

$T = \frac{W}{\sin\theta} = \frac{W\sqrt{5}}{2}$ (5) $\left(\because \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

(5)

25

---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 86% ක් පමණි. ලක්ෂ්‍යයකදී ක්‍රියා කරන බල තුනක සමතුලිතතාවය යටතේ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙම ප්‍රශ්නයෙන් අපේක්ෂා කර ඇති අතර පහසුතාව 47% ක් පමණි. බල ලකුණු කිරීමේ දුර්වලතා පැවතීමත් බල ත්‍රිකෝණය භාවිතයෙන් විසඳීමට උත්සාහ කර ඇති අපේක්ෂකයන් බල ත්‍රිකෝණය නිවැරදිව හඳුනා නොගැනීමත් හේතුවෙන් පහසුතාව අඩු වී ඇත. සරල ක්‍රම වලින් බැහැරව බල විභේදනය හා සමීකරණ සුළු කිරීමට යාමෙන් අසාර්ථක වී ඇත. නිවැරදි ලෙස බල සටහන් ඇඳ ගැනීම සහ ඒවාට අනුරූප සරල ක්‍රම (බල ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය, ලාමි ප්‍රමේයය) මගින් ගැටලු විසඳීමට හුරු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. A හා B යනු S නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$ හා $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$ වේ, $P(A|B'), P(A'\cap B')$ හා $P(B'|A')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' මගින් පිළිවෙළින් A හා B සිද්ධිවල අනුපූරක සිද්ධි දැක්වේ.

සිද්ධි වල සම්භාවිතා :

$$P(A)=\frac{1}{3},\ P(B)=\frac{1}{4},\ P(A\cap B)=\frac{1}{6}$$

$$P(A\cap B') + P(A\cap B) = P(A)$$

$$P(A\cap B') = P(A) - P(A\cap B) = \frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6} \quad (5)$$

මේ අනුව,

$$P(A\setminus B') = \frac{P(A\cap B')}{P(B')} = \frac{P(A\cap B')}{1-P(B)} = \frac{1/6}{3/4}=\frac{2}{9} \quad (5)$$

$$P(A'\cap B') = P((A\cup B)') = 1-P(A\cup B) = 1-P(A)-P(B)+P(A\cap B) \quad (5)$$

$$=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{7}{12} \quad (5)$$

$$P(B'\setminus A') = \frac{P(A'\cap B')}{P(A')} = \frac{7/12}{1-1/3}=\frac{7/12}{2/3}=\frac{7}{8} \quad (5)$$

25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 89% ක් පමණි. අනුපූරක සිද්ධි ආශ්‍රිත සම්භාවිතා ප්‍රමේයයන් භාවිත කිරීම හා අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කිරීම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 54% කි. අනුපූරක සිද්ධිවල සම්භාවිතා හා අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතා ප්‍රතිඵල ආශ්‍රිත සමීකරණ දෝෂ සහිතව ලිවීම නිසා පිළිතුරු වෙත ළඟා වීමේ අපහසුතා දක්නට ලැබිණි.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සමාන වූ රතු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 3 ක් මල්ලක අඩංගු වේ. වරකට එක බැගින් ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව, බෝල හතරක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගනු ලබන බෝල එකම පාටින් යුක්ත වීමේ,

(ii) ඕනෑම අනුයාත ඉවතට ගැනීම් දෙකක දී ඉවතට ගනු ලබන බෝල වෙනස් පාටින් යුක්ත වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) සියල්ල රතු : $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{35}$ (5)

සියල්ල කළු : විය නොහැක.

$\therefore$ පිළිතුර $=\frac{1}{35}$ (5)

(ii) $RBRB:\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{35}$ (5)

$BRBR:\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{35}$ (5)

$\therefore$ පිළිතුර $=\frac{3}{35}+\frac{3}{35}=\frac{6}{35}$ (5)

25

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 87% ක් පමණි. මෙයද සම්භාවිතාව පිළිබඳ සරල ගැටලුවක් වන අතර එහි පහසුතාවය 26% ක් පමණි. (i) කොටසේ පිළිතුරු බොහෝ සිසුන් ලබාගෙන තිබුණ ද (ii) කොටසේ බොහොමයක් පිළිතුරු අසාර්ථක වී තිබුණි. ගැටලුව නිසියාකාරව අවබෝධ කර නොගැනීම අසාර්ථක විසඳුම් ලැබීමට හේතු වී තිබුණි. සමාන ආකාරයේ ගැටලු ඉදිරිපත් කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවය මඟ හරවා ගත හැකිය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. එක එකක් 8 ට අඩු ධන නිඛිල පහකට එක මාතයක් පමණක් ඇත. ඒවායේ මධ්‍යන්‍යය, මාතය හා මධ්‍යස්ථය 6:10:5 අනුපාතවලට පිහිටයි. මෙම නිඛිල පහ සොයන්න.

මාතය $2a$ යැයි ගනිමු.

එවිට, දී ඇති ධන නිඛිල : $b, c, a, 2a, 2a$ (5)

මධ්‍යන්‍යය : මාතය $= 6 : 10$

$$\therefore \frac{10(b+c+5a)}{5} = 6 \times 2a$$ (5) (5)

$$\Rightarrow b + c = a$$

$\therefore$ දී ඇති නිඛිල වන්නේ $1, 2, 3, 6, 6$ (10)

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්යය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 76% ක් පමණි. අසමූහිත දත්ත ආශ්‍රිත කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් පිළිබඳ දැනුම මෙයින් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාවය 12% ක් පමණි. දී ඇති දත්තයන්ට යටත්ව සංඛ්‍යා හඳුනා ගැනීමට නිවැරදි තර්ක ගොඩ නැඟීමට නොහැකි වීම මෙම ගැටලුවට ලකුණු ලබා ගැනීමට අපහසු වීමට හේතුව වේ.

කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් ආශ්‍රිත විවිධ ආකාරයේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතාවන් අවම කර ගත හැකිය.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. එක්තරා නගරයක උෂ්ණත්වය දින 20ක් සඳහා දිනපතා වාර්තාගත කරන ලදී. මෙම දත්ත කුලකය සඳහා මධ්‍යනයය μ හා සම්මත අපගමනය σ පිළිවෙළින් 28 °C හා 4 °C ලෙස ගණනය කර තිබුණි. කෙසේ නමුත් ඉහත උෂ්ණත්වවලින් දෙකක් 35 °C හා 21 °C ලෙස වැරදියට ඇතුළත් කර ඇති බව සොයා ගැනීමෙන් පසුව ඒවා 25 °C හා 31 °C ලෙස නිවැරදි කරන ලදී. μ හා σ හි නිවැරදි අගයන් සොයන්න.

$$\mu = 28, \qquad \sigma_1 = 4$$

නිවැරදි කළ දත්ත : $35 \rightarrow 25(-10)$

$$21 \rightarrow 31(+10)$$

$\therefore$ ඓක්‍යය නොවෙනස්ව පවතී.

$\therefore$ $\mu = 28$ ම වේ. (5)

පැරණි $\sum x_i^2 = 20 \times \sigma_1^2 + 20\mu^2 = 20(4^2 + 28^2)$ (5)

නව $\sum x_i^2 =$ පැරණි $\sum x_i^2 - 35^2 - 21^2 + 25^2 + 31^2$ (5)

$$= 20(4^2 + 28^2) - 8 \times 10 \quad (5)$$

නව $\sigma^2 = \dfrac{20(28^2 + 4^2) - 8 \times 10 - 20 \times 28^2}{20}$

$$= \frac{20 \times 16 - 20 \times 4}{20}$$

$$= 12$$

$\therefore$ සම්මත අපගමනය $\sigma = \sqrt{12}$ (5)

25

---

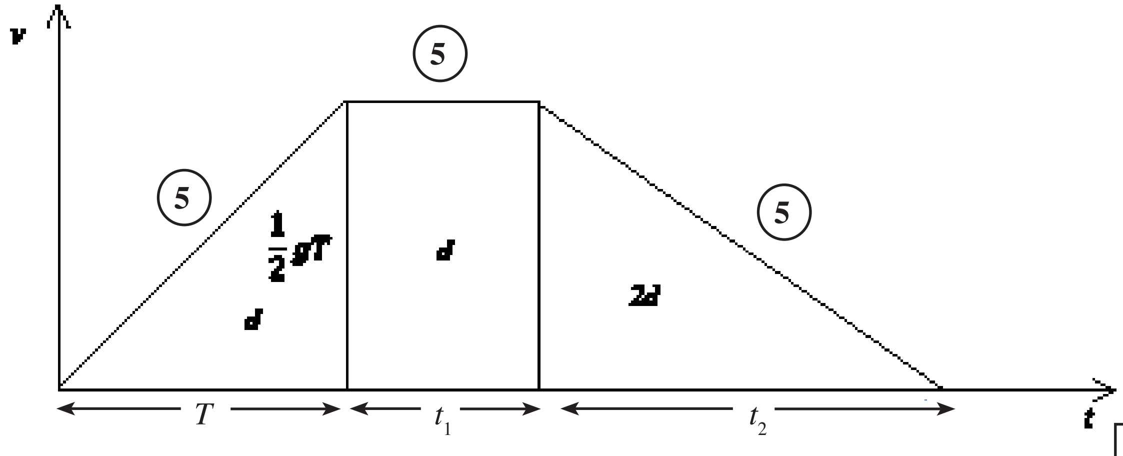
10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය අනිවාර්යය වුවත් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 72% ක් පමණි. දෝෂ සහිත දත්ත භාවිතයෙන් ගණනය කරන ලද මිනුම් නිවැරදි කර ගැනීම මෙම ගැටලුවෙන් අපේක්ෂා කරන අතර එහි පහසුතාව 15% ක් පමණි. දත්තයන්ගේ වර්ගවල නිවැරදි එකතුව ලබා ගැනීමේදී දෝෂ සිදුවී තිබුණි. එබැවින් විචලතාවය නිවැරදිව ගණනය කර ගැනීමට අපහසුව තිබුණි. සාම්ප්‍රදායික ගැටලු විසඳීම්වලට පරිබාහිරව මෙවැනි දත්ත සැකසීම් ආශ්‍රිත සරල ගැටලු වෙත සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවන් අවම කර ගත හැකිය.

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) මීටර $4d$ ගැඹුරු පතලක චලනය වන සෝපානයක් $t = 0$ කාලයේ දී A ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලතාවේ සිට සිරස් ව පහළට චලනය වීමට පටන් ගනී. එය, පළමුව $\frac{g}{2}$ m s^{-2} නියත ත්වරණයෙන් මීටර d දුරක් චලනය වී ඊළඟට එම චලිතය අවසානයේ ලබාගත් ප්‍රවේගයෙන් තව මීටර d දුරක් චලනය වේ. සෝපානය ඉන්පසු A සිට මීටර $4d$ දුරක් පහළින් පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයේ දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙන පරිදි නියත මන්දනයකින් ඉතිරි දුර ද චලනය වේ.
සෝපානයෙහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.
ඒ නයින්, A සිට B දක්වා පහළට චලිතය සඳහා සෝපානය ගනු ලබන මුළු කාලය සොයන්න.

(*b*) පොළොවට සාපේක්ෂව u km h^{-1} ඒකාකාර වේගයකින් උතුරු දිශාවට නැවක් යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී නැවේ සිට, දකුණෙන් නැගෙනහිරට β කෝණයකින්, **නැවේ පෙතෙහි සිට** p km දුරකින් B_1 බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. මෙම මොහොතේ දී ම, B_2 බෝට්ටුවක් නැවේ සිට බටහිරින් q km දුරකින් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. බෝට්ටු දෙකම පොළොවට සාපේක්ෂව $v(> u)$ km h^{-1} ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙත්වල, නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාත්‍රා කරයි. පොළොවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවල පෙත් නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.
පොළොවට සාපේක්ෂව B_1 බෝට්ටුවේ පෙත උතුරෙන් බටහිරට $\beta - \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\beta}{v}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වා, පොළොවට සාපේක්ෂව B_2 බෝට්ටුවේ පෙත සොයන්න.
$\beta = \frac{\pi}{3}$ හා $v = \sqrt{3}u$ යැයි ගනිමු. $3q^2 > 8p^2$ නම්, B_1 බෝට්ටුව B_2 බෝට්ටුවට පෙර නැව අල්ලා ගන්නා බව පෙන්වන්න.



15

$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}gT\right) T$ ---------------------- (1) (5)

$d = \left(\frac{1}{2}gT\right) t_1$ ---------------------- (2) (5)

(1) හා (2) $\Rightarrow t_1 = \dfrac{T}{2}$ (5)

$2d = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}gT\right) \cdot t_2$ (5)

(1) හා (3)

$\Rightarrow t_2 = 2T$ (5)

(1) $\Rightarrow T = \sqrt{\dfrac{4d}{g}}$ (5)

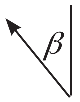
සම්පූර්ණ කාලය $= T + t_1 + t_2$

$= T + \dfrac{T}{2} + 2T = \dfrac{7T}{2} = 7\sqrt{\dfrac{d}{g}}$ (5)

35

(b) $\underline{V}(S, E) = u \uparrow$

$\underline{V}(B_i, E) = v \qquad i = 1, 2$

$\underline{V}(B_1, S) =$ 

සහ (10)

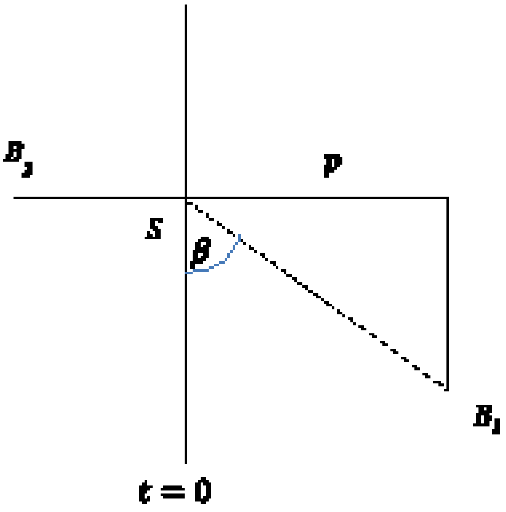
$\underline{V}(B_2, S) = \longrightarrow$

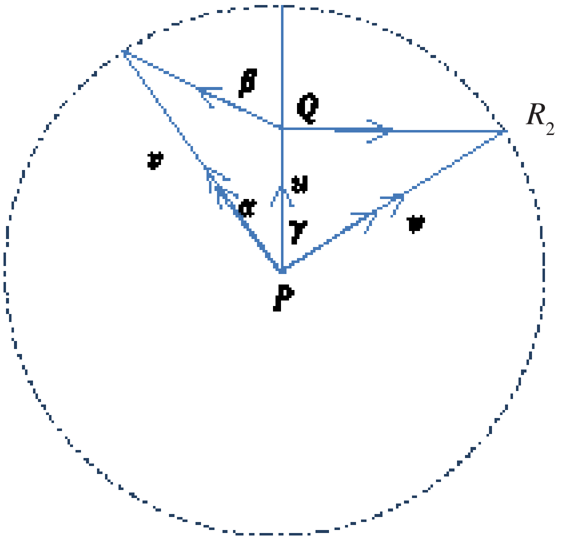
$\underline{V}(B_i, E) = \underline{V}(B_i, S) + \underline{V}(S, E)$ (10)

$= \underline{V}(S, E) + \underline{V}(B_i, S)$

$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR_i}$

$= \overrightarrow{PR_i} \qquad i = 1, 2$





PQR_1 ත්‍රිකෝණයට සයින් සූත්‍රය භාවිතයෙන් $\dfrac{v}{\sin\beta} = \dfrac{u}{\sin(\beta - \alpha)}$ (5)

$$\sin(\beta - \alpha) = \frac{u\sin\beta}{v}$$

$$(\beta - \alpha) = \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\beta}{v}\right)$$

$$\alpha = \beta - \sin^{-1}\left(\frac{u\sin\beta}{v}\right) \text{ ---------- (i)} \quad (5)$$

$\therefore B_1$ හි පෙත උතුරෙන් බටහිරට සාදන α කෝණය (i) මගින් දෙනු ලැබේ.

අනුරූපව B_2 හි පොළවට සාපේක්ෂව පෙත උතුරෙන් නැගෙනහිරට γ කෝණයක් සාදයි. මෙහි

$\gamma = \cos^{-1}\left(\dfrac{u}{v}\right)$. (5)

65

(ii) දෙන ලද : $\beta = \dfrac{\pi}{3}$ හා $v = \sqrt{3}u$.

එවිට

$$\alpha = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{u\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sqrt{3}u}\right) = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$\therefore\ PQ = QR_1$

$\Rightarrow V(B, S) = u.$ (5)

B_1 සාපේක්ෂ පථය ඔස්සේ

B_1 ට දුර $= \dfrac{2p}{\sqrt{3}}$ (5)

B_1 ට කාලය $t_1 = \dfrac{\frac{2p}{\sqrt{3}}}{u} = \dfrac{2p}{\sqrt{3}u}.$ (5)

B_2 ට කාලය $t_2 = \dfrac{q}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \dfrac{q}{u\sqrt{3-1}} = \dfrac{q}{\sqrt{2}u}.$ (5)

$t_1 < t_2$ නම් B_1, B_2 ට පෙර S අල්ලා ගනී. (5)

එනම් $\dfrac{2p}{\sqrt{3}u} < \dfrac{q}{\sqrt{2}u}$

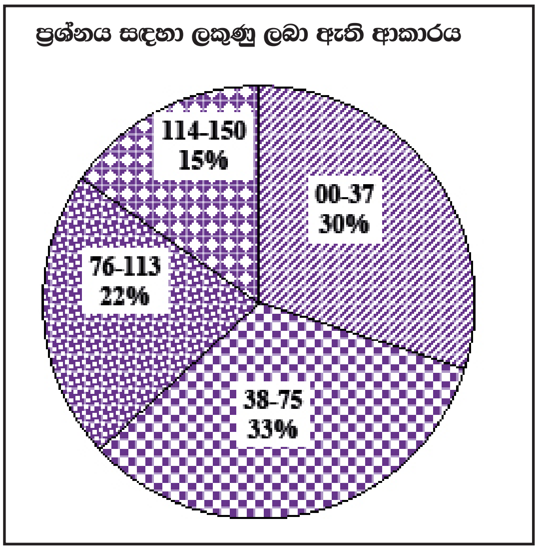
$\Rightarrow 2\sqrt{2}p < \sqrt{3}q$

$\Rightarrow 8p^2 < 3q^2.$ (5)

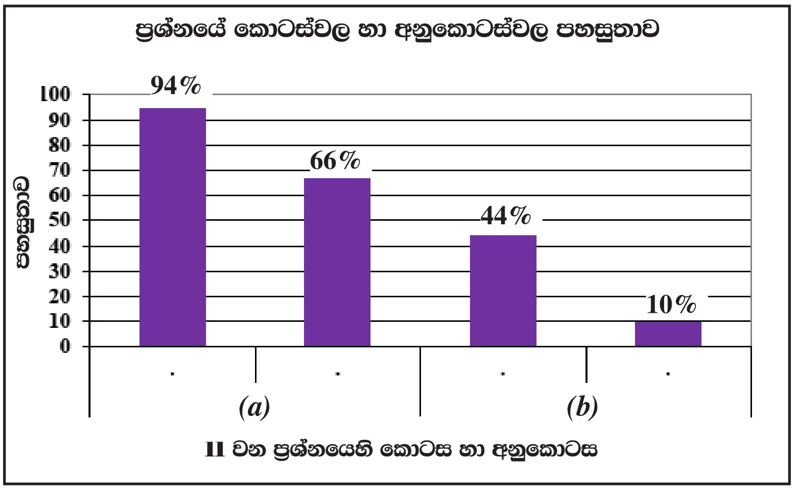
35

---

11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 73% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 46% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 30% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 33% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 15% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි පළමු අනුකොටසට වන අතර එය 94%කි. අඩුම පහසුතාව (*b*) හි දෙවන අනුකොටසට වන අතර එය 10%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. අපේක්ෂකයන්ගෙන් 73%ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 46% කි. ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් (*a*) කොටස ද සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය ඇසුරෙන් (*b*) කොටස ද ලෙස කොටස් දෙකකි. (*a*) කොටසේ පහසුතාවය 80%කි. (*a*) කොටසෙහි අනුකොටස් දෙකක් ඇති අතර එම කොටස්වල පහසුතාව 94% හා 66% ක් වේ. ප්‍රස්තාරය කාල අක්ෂයෙන් පහළ දිශාවට ඇඳීමෙන් ද ගණනය කිරීම් සඳහා සිසුන් යොමු වී තිබුණි. එහිදී ගණනය කිරීමේ දෝෂ සිදුකර තිබුණි.

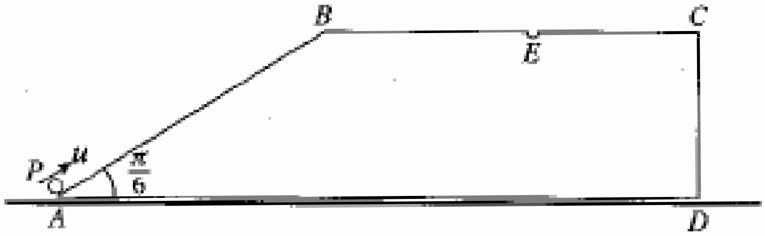
(*b*) කොටසේ පහසුතාව 27%ක් වේ. (*b*) හි අනුකොටස් දෙකක් ඇති අතර ඒවායේ පහසුතාවන් 44% ක් හා 10% ක් වේ. (*b*) කොටසෙහි පළමු අනුකොටසෙහි ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප සටහනක ඇඳීමේදී දුර්වලතා දක්නට තිබුණි. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයේදී නිවැරදි කෝණ ලබා ගැනීමේ දෝෂ දක්නට තිබුණි.

(*b*) හි දෙවන අනු කොටසෙහි දක්වා ඇති ප්‍රායෝගික අවශ්‍යතාවයට යටත්ව යොමුවිය යුතු ගණිතමය දත්තය හඳුනා ගැනීමට අපොහොසත් වීම ලකුණු අඩු වීමට හේතු වී තිබුණි. සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය යෙදීම් සඳහා අභ්‍යාස කරවීම ද ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූපයේ ඇඳීමේ අභ්‍යාස ද කරවීමෙන් මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (a) $AB = a$ හා $B\hat{A}D = \frac{\pi}{6}$ වන පරිදි වූ රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ ත්‍රපීසියම, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩකි. AD හා BC රේඛා සමාන්තර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවකි. AD අයත් මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත ඇතිව කුට්ටිය තබනු ලබයි. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා, එයට $\overrightarrow{AB}$ දිගේ u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබයි; මෙහි $u^2 = \frac{7ga}{3}$ වේ. කුට්ටියට සාපේක්ෂව P හි මන්දනය $\frac{2g}{3}$ බව පෙන්වා, P අංශුව B කරා ළඟා වන විට, කුට්ටියට සාපේක්ෂව P අංශුවෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

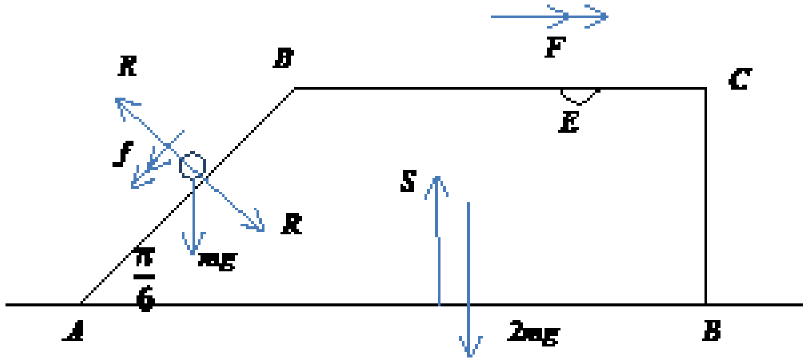
තව ද $BE = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ වන පරිදි කුට්ටියෙහි උඩත් මුහුණතෙහි BC මත වූ E ලක්ෂ්‍යයේ කුඩා සිදුරක් ඇත. කුට්ටියට සාපේක්ෂව චලිතය සැලකීමෙන්, P අංශුව E හි ඇති සිදුරට වැටෙන බව පෙන්වන්න.



(b) දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඈඳා ඇත. අංශුව O ට සිරස් ව පහළින් නිශ්චලව එල්ලී තිබෙන අතර එයට විශාලත්වය $u = \sqrt{kag}$ වූ තිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ; මෙහි $2 < k < 5$ වේ. තන්තුව θ කෝණයකින් හැරී තවමත් නොබුරුල්ව තිබෙන විට අංශුවේ v වේගය $v^2 = (k-2)ag + 2ag\cos\theta$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

$\theta = \alpha$ වන විට තන්තුව බුරුල් වන බව **අපෝහනය** කරන්න; මෙහි $\cos\alpha = \frac{2-k}{3}$ වේ.



(10)

$a(P,W) = f$ ↙ $\qquad a(W,E) = F$ → (5)

$\underline{F} = m\underline{a}$

පද්ධතියට $\rightarrow 0 = m\left(-f\cos\frac{\pi}{6} + F\right) + 2mF$ (15)

(5)

$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f + 3F \Rightarrow \frac{\sqrt{3}f}{6} = F$

P සඳහා $\swarrow$ $mg\cos\frac{\pi}{3} = m\left(f - F\cos\frac{\pi}{6}\right)$ (10)

$$\frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}f}{2} \Rightarrow \frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}f$$

$$\Rightarrow f = \frac{2g}{3}.$$

කුට්ටියට සාපේක්ෂව B ලක්ෂ්‍යයේදී අංශුවේ ප්‍රවේගය චලිතය v යැයි ගනිමු.

$v^2 = u^2 + 2as$ භාවිතයෙන්

$$v^2 = u^2 - 2\left(\frac{2g}{3}\right)a \quad (5)$$

$$= \frac{7ga}{3} - \frac{4ga}{3}$$

$$v = \sqrt{ga} \quad (5)$$

65

AB මුහුණතින් ඉවත්වීමෙන් පසු, කුට්ටියට සාපේක්ෂව අංශුවේ චලිතය සඳහා

$\underline{a}(P, W) = \underline{a}(P, E) + \underline{a}(E, W)$

$= \downarrow g + \underline{0}$ ($\because$ කුට්ටිය නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වන බැවින්)

$= \downarrow g.$ (10)

කුට්ටියේ උඩත් මුහුණතට නැවත ළඟා වීමට P අංශුව ගනු ලබන කාලය t යැයි ගනිමු.

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්

එවිට $\uparrow$ $0 = v\sin\frac{\pi}{6}t - \frac{1}{2}gt^2$ (5)

$$= \frac{v}{2}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{a}{g}}. \quad (5)$$

R යනු කුට්ටියේ උඩත් මුහුණත මත තිරස් සාපේක්ෂ විස්ථාපනය යැයි ගනිමු.

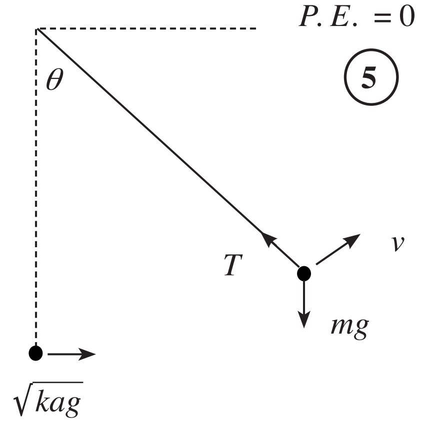
$R = v \quad \cos\frac{\pi}{6} \cdot t$ (5)

$R = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}} = \sqrt{ga} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{g}}$

$\therefore R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. (5)

එබැවින් P අංශුව E හි සිදුරට වැටේ. **30**

(b)



(5)

ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන් :

$$-mga + \frac{1}{2}m(kag) = -mga\cos\theta + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v^2 = -2ga + kag + 2ag\cos\theta$$

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag\cos\theta$$ (5) **25**

$\nwarrow \underline{F} = m\underline{a}$

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$ (10)

$$\Rightarrow T - mg\cos\theta = \frac{m}{a}[(k-2)ag + 2ag\cos\theta]$$

ආතතිය : $T = (k-2)mg + 3mg\cos\theta$ (5)

θ වැඩිවන විට v හා T දෙකම අඩුවේ.

(5) $T = mg(3\cos\theta - 2 + k)$

$T = 0$ විට $3\cos\theta - 2 + k = 0$

එනම් $\cos\theta = \dfrac{2-k}{3}$, (5)

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag\frac{(2-k)}{3}$$

$$= \frac{ag}{3}(k-2) > 0 \text{ as } k > 2.$$ (5)

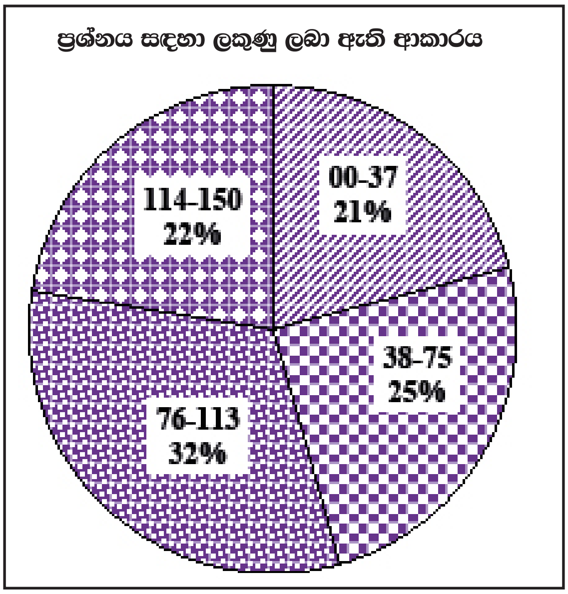
එම නිසා තන්තුව බුරුල් වන්නේ, $\cos\alpha = \dfrac{2-k}{3}$ $(2 < k < 5)$ වූ $\theta = \alpha$ විටය.

$\cos\alpha = \dfrac{2-k}{3}$ $(2 < k < 5)$.

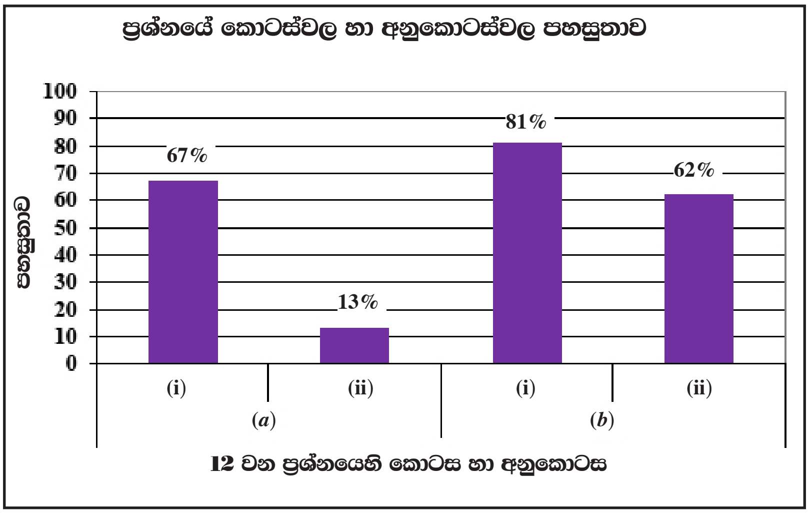
30

---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 86% කි. මෙහි පහසුතාව 58% කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 21% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 25% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 32% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 22% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*b*) හි (i) කොටසට වන අතර එය 81%කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි (ii) අනුකොටසට වන අතර එය 13%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

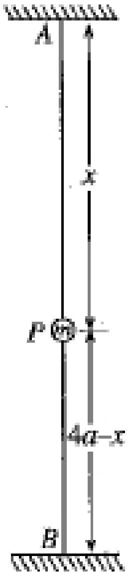
මෙම ප්‍රශ්නය (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටසින් සාපේක්ෂ ත්වරණය පිළිබඳව හා (*b*) කොටසින් වෘත්ත චලිතය දැනුම පිළිබඳව පරීක්ෂා කර ඇත. (*a*) කොටසෙහි පහසුතාව 40% ක් ද, (*b*) කොටසේ පහසුතාව 72% ක් ද වේ.

(*a*) කොටසේ දී බල ලකුණු කිරීමේ දුර්වලතාවය නිසා **F** = ma යෙදීමේ දී නිවැරදි සමීකරණ ලබා නොතිබිණි. බල රූප සටහනෙහි සලකුණු කිරීමෙන් ලැබෙන ලකුණු ද අහිමි කරගෙන තිබිණි. (*a*) හි (ii) අනුකොටසෙහි කුට්ටිය අතහැර අංශුවේ ප්‍රක්ෂිප්තයක ආකාර චලිතය නොදැනීම හෝ නොසැලකීම නිසා පහසුතාවය ඉතා අඩු මට්ටමක පැවතිණි. රූප සටහනෙහි අභ්‍යන්තර බල හා බාහිර බල නිවැරදිව හඳුනා ගනිමින් ඒවා නිවැරදිව ලකුණු කිරීමට සිසුන් යොමු කළ යුතුවේ. තවද ගැටලුවෙහි ඇතුළත් සිදුවීම් අවබෝධ කරගෙන ඒ එක් එක් අවස්ථාවට ගැළපෙන සේ මූලධර්ම යෙදීමේ අවශ්‍යතාව සිසුන් විසින් ප්‍රගුණ කළ යුතු අතර මේ සඳහා ගුරුභවතුන්ගේ දැඩි අවධානය යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවය මඟ හරවා ගත හැකිය.

(*b*) කොටස අනුකොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. **F** = ma යොදා දෝෂ සහිතව සුළු කිරීම් නිසා පිළිතුර ලබා නොතිබුණ අවස්ථාවන්ද තිබුණි. සිසුන් නිවැරදිව සුළු කිරීම් සඳහා අවධානය යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාවය මඟ හරවා ගත හැකිය.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වාභාවික දිග a හා මාපාංකය mg වූ සමාන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකකට ඈඳා ඇත. එක තන්තුවක නිදහස් කෙළවර A අචල ලක්ෂ්‍යයකට හා අනික් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර A ට සිරස් ව පහළින් $4a$ දුරකින් පිහිටි B අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. (රූපය බලන්න.) තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව, A ට $\frac{5a}{2}$ දුරක් පහළින් අංශුව සමතුලිතව තිබෙන බව පෙන්වන්න.



P අංශුව දැන්, AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඔසවා එම පිහිටීමේ දී නිසලතාවේ සිට සිරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල් හා AP තන්තුවේ දිග x වන විට, $\ddot{x} + \frac{2g}{a}\left(x - \frac{5a}{2}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $X = x - \frac{5a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ වේ.

$\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මෙම චලිතයේ විස්තාරය c සොයන්න.

P අංශුව එහි පහත් ම පිහිටීමට ළඟා වන මොහොතේ දී PB තන්තුව කපනු ලැබේ. නව චලිතයේ දී $x = a$ වන විට අංශුව එහි උච්චතම පිහිටීමට ළඟා වන බව පෙන්වන්න.

P අංශුව $x = 2a$ හි වූ එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට පහළට a දුරක් ද ඊළඟට ඉහළට $\frac{a}{2}$ දුරක් ද චලනය වීමට ගනු ලබන මුළු කාලය $\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{a}{2g}}\left(3 + \sqrt{2}\right)$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

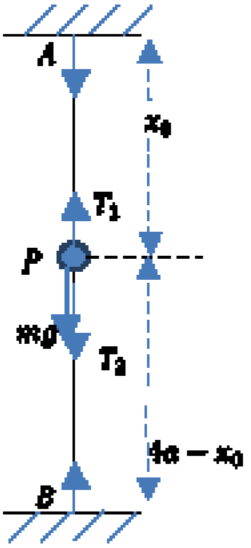
සමතුලිත පිහිටීමේ දී, $x = x_0$ යැයි ගනිමු. (5)

එවිට ↑ $T_1 = T_2 + mg$

$$\frac{mg}{a}(x_0 - a) = \frac{mg}{a}(4a - x_0 - a) + mg$$ (5)

$x_0 - a = 3a - x_0 + a$

$\Rightarrow x_0 = \frac{5a}{2}$ (5)



(5)

20

P සඳහා ↓ $\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

$T_2' + mg - T_1' = m\ddot{x}$ (5)

$$\frac{mg}{a}(4a - x - a) + mg - \frac{mg}{a}(x - a) = m\ddot{x}$$ (0)

$\Rightarrow \ddot{x} = -\frac{2g}{a}\left(x - \frac{5a}{2}\right)$

$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{2g}{a}\left(x - \frac{5a}{2}\right) = 0.$ (5)

එවිට $X = x - \frac{5a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$

$\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ (5)

සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය වන්නේ $x = \frac{5a}{2}$ (5)

$\dot{X}^2 = \omega^2 (c^2 - X^2)$, මෙහි c යනු විස්ථාරයයි.

$X = \frac{a}{2}$ විට $\dot{X} = 0$ වේ. (5)

$0 = \omega^2\left(c^2 - \frac{a^2}{4}\right)$ $c = \frac{a}{2}$ (10)

$\therefore$ පහත්ම පිහිටීම $X = \frac{a}{2} \Rightarrow x = 3a.$ (5) **50**

PB තන්තුව කැපීමෙන් පසු

$\downarrow \underline{F} = m\underline{a}$

$mg - T = m\ddot{x}$

$mg - \frac{mg}{a}(x - a) = m\ddot{x}$ (5)

$\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ (5) $\ddot{Y} + \Omega^2 Y = 0$, (5) මෙහි $Y = x - 2a$ හා $\Omega^2 = \frac{g}{a}$ (5)

නව සරල අනුවර්තීය චලිතයේ කේන්ද්‍රය $x = 2a$.

$\dot{Y}^2 = \Omega^2(b^2 - Y^2)$, මෙහි b යනු විස්තාරයයි. (5)

PB තන්තුව කැපීමෙන් මොහොතකට පසු, $\dot{Y} = 0$ හා $x = 3a$. (5)

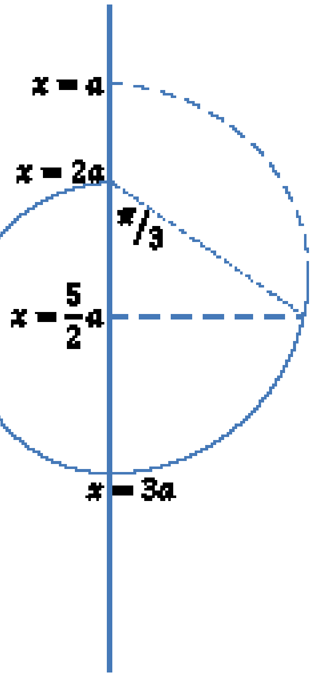
$\Rightarrow \dot{Y} = 0$ at $Y = a$. (5)

නව සරල අනුවර්තීය චලිතයේ විස්තාරය a වේ.

නැවත $\therefore$ $\dot{Y} = 0$ වන්නේ $Y = -a \Rightarrow x = a$ වන විටදී ය. (5)

එනම් $x = a$ වන විටදී ය.

එනම් අංශුව $x = a$ හිදී උච්චතම පිහිටීමට පැමිණෙයි. (5) **45**



(5) (10)

$x = 2a$ සිට $x = 3a$ දක්වා කාලය $= \dfrac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\dfrac{a}{2g}}$ (5)

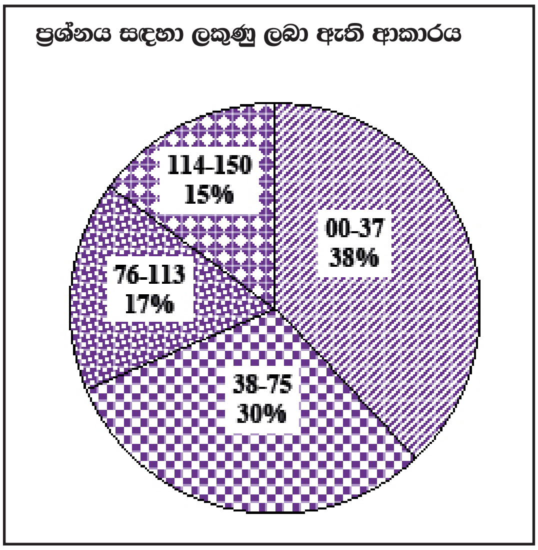
$x = 3a$ සිට $x = \dfrac{5a}{2}$ දක්වා කාලය $= \dfrac{\pi}{3\Omega} = \dfrac{\pi}{3}\sqrt{\dfrac{a}{g}}$ (10)

සම්පූර්ණ කාලය $= \pi\sqrt{\dfrac{a}{2g}} + \dfrac{\pi}{3}\sqrt{\dfrac{a}{g}}$

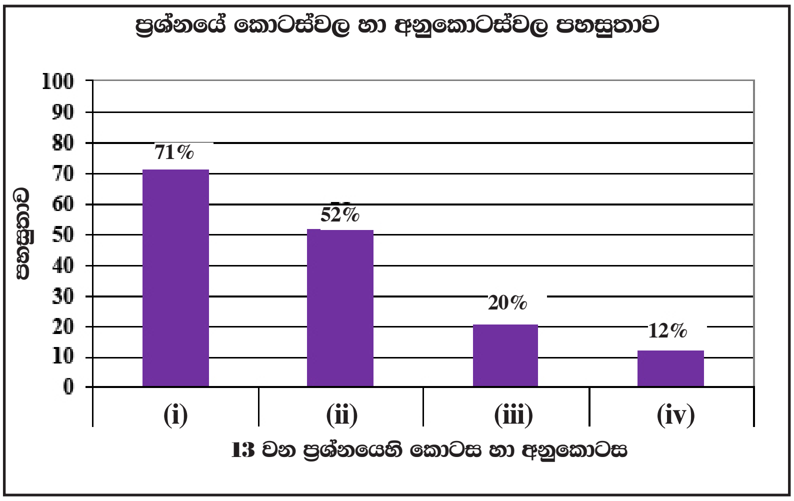
$= \dfrac{\pi}{3}\sqrt{\dfrac{a}{2g}}\,(3 + \sqrt{2}\,)$ (5) **35**

---

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 72% ක් පමණි. මෙහි පහසුතාව 35% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 38% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 30% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 17% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 15% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (i) අනුකොටසට වන අතර එය 71%කි. අඩුම පහසුතාව (iv) අනුකොටසට වන අතර එය 12%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

අපේක්ෂකයන් 72% ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාවය 35% කි. මෙම ගැටලුව අනුකොටස් හතරකින් සමන්විත සරල අනුවර්තීය චලිතය පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කරනු ලබන්නකි. සාම්ප්‍රදායික ගැටලුවකින් බැහැර වූ නව ආරක ගැටලුවක් නිසා සිසුන්ගේ පහසුතාවය ක්‍රමයෙන් අඩුවී තිබුණි. එසේ වුවද (i) හා (ii) අනුකොටස් සඳහා බොහෝ සිසුන් සාර්ථකව පිළිතුරු ලියා තිබුණි. තන්තුව කැපීමෙන් පසු පද්ධතියේ බල වෙනස්වීම හා දෝලන කේන්ද්‍රය වෙනස් වීම නිසා ඉන් ඉදිරියට ගැටලුව විසඳීම සිසුන් සංකීර්ණ කරගෙන තිබුණි. සාම්ප්‍රදායික ආකාර ගැටලු විසඳීම පමණක් ම නොව විවිධාකාර වූ ගැටලු ලබා දී ඒවාට පිළිතුරු ලිවීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වීමෙන් සිසුන්ගේ මෙම දුර්වලතාවය බොහෝ දුරට මඟ හරවා ගත හැකිය.

14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) OAB ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද E යනු OD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. F ලක්ෂ්‍යය OA මත පිහිටා ඇත්තේ $OF : FA = 1 : 2$ වන පරිදි ය. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. $\overrightarrow{BE}$ හා $\overrightarrow{BF}$ දෛශික $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

B, E හා F ඒකරේඛීය බව **අපෝහනය** කර, $BE : EF$ අනුපාතය සොයන්න.

$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DF}$ අදිශ ගුණිතය $|\mathbf{a}|$ හා $|\mathbf{b}|$ ඇසුරෙන් සොයා, $|\mathbf{a}| = 3|\mathbf{b}|$ නම්, $\overrightarrow{BF}$ යන්න $\overrightarrow{DF}$ ට ලම්බ වන බව පෙන්වන්න.

(*b*) Oxy-තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙළින් $(-a, 2a)$, $(0, a)$ හා $(-a, 0)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන $3P\mathbf{i} + 2P\mathbf{j}$, $2P\mathbf{i} - P\mathbf{j}$ හා $-P\mathbf{i} + 2P\mathbf{j}$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ; මෙහි P හා a යනු පිළිවෙළින් නිව්ටන හා මීටරවලින් මනින ලද ධන රාශි වේ. O මූලය වටා, පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය, $12Pa$ Nm බව පෙන්වන්න.

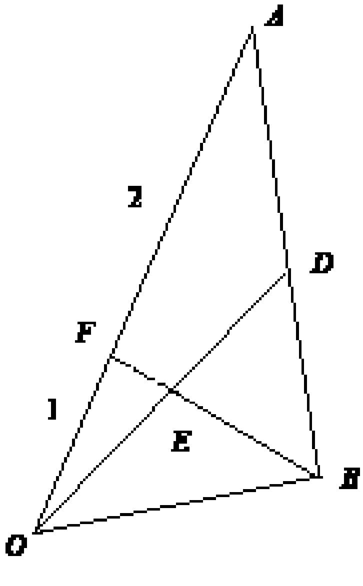
තව ද පද්ධතිය, විශාලත්වය $5P$ N වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

දැන්, අතිරේක බලයක් පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතිය දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $24Pa$ Nm වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි ය. අතිරේක බලයෙහි විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(*a*)

$\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \underline{b}$

$\overrightarrow{OF} = \frac{1}{3}\underline{a}$



$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$ (5)

$\overrightarrow{OE} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b})$

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OB} = \frac{1}{4}(\underline{a} + \underline{b}) - \underline{b} = \frac{1}{4}(\underline{a} - 3\underline{b})$

(5) (5)

$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}\underline{a} - \underline{b} = \frac{1}{3}(\underline{a} - 3\underline{b})$

$\Rightarrow 4\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BF}$

B, E, F ඒක රේඛීය වේ සහ $BE : EF = 3 : 1$ (5)

(5)

30

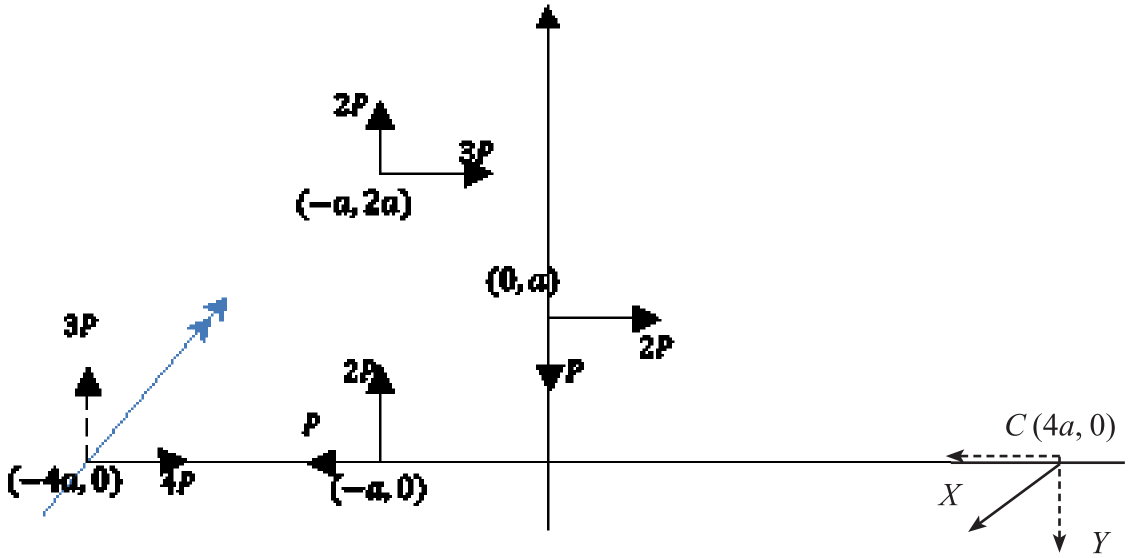
$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}\underline{a} - \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b}) = -\frac{1}{6}(\underline{a} + 3\underline{b})$ (5)

$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}(\underline{a} - 3\underline{b}) \cdot \frac{1}{6}(-\underline{a} - 3\underline{b})$ (5)

$= \frac{1}{18}(|\underline{a}|^2 - 9|\underline{b}|^2) = 0$, (5) $\left(|\underline{a}| = 3|\underline{b}|\right.$ බැවින් $\left.\right)$

∴ ඒවා නිශ්ශූන්‍ය බැවින් $\overrightarrow{BF} \perp \overrightarrow{DF}$ (5) **20**

(*b*)



0 ↻ වටා දක්ෂිණාවර්තව ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

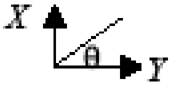
$G = 2Pa + 3P2a + 2Pa + 2Pa = 12Pa$ Nm;
(10)

විභේදනයෙන් → $X = 3P + 2P - P = 4P$ (5)

↑ $Y = 2P + 2P - P = 3P$ (5)

R සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය $5P$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$R = \sqrt{x^2 + y^2} = 5P$ (5)



ක්‍රියා රේඛාව x – අක්ෂය සමග θ කෝණයක් සාදයි, මෙහි $\tan\theta = \frac{Y}{X} = \frac{3}{4}$. (5)

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව $(-b, 0)$, $(b > 0)$ ලක්ෂ්‍යයේදී x – අක්ෂය හමුවේ නම් එවිට

$0 \curvearrowright$

$Yb = 3Pb = 12Pa \Rightarrow \ b = 4a$ (5)

(5)

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය

$$y - 0 = \frac{3}{4}(x + 4a) \Rightarrow 4y - 3x = 12a$$

(10)

60

දැන් $C \equiv (c, 0)$, $c > 0$ ලක්ෂ්‍යයේදී $(4P, \ -3P)$ බලයක් යෙදීමෙන් පමණක් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. (5)

$C \curvearrowright$ $3P(c + 4a) = 24Pa$ (10)

$\Rightarrow c = 4a$ (5) (5)

අමතර බලයේ විශාලත්වය $= 5P\,N$, බල සහ එහි දිශාව x – අක්ෂයේ සෘණ දිශාව සමග

(5)

$\tan^{-1}\left(\frac{-3P}{-4P}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ කෝණයක් සාදයි.

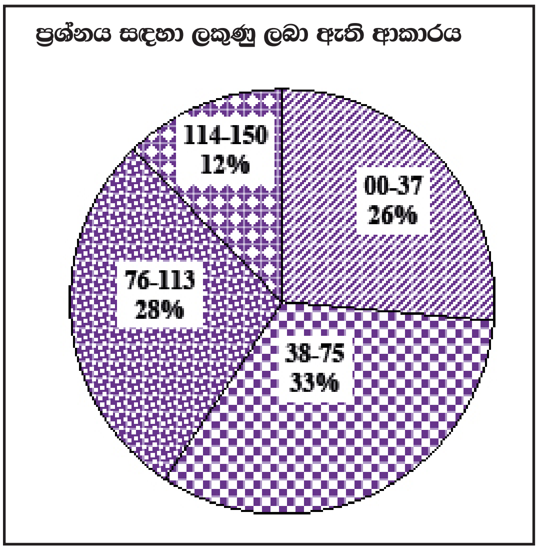
අමතර බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $y - 0 = \frac{3}{4}(x - 4a)$ (10)

$\Rightarrow 4y - 3x + 12a = 0.$

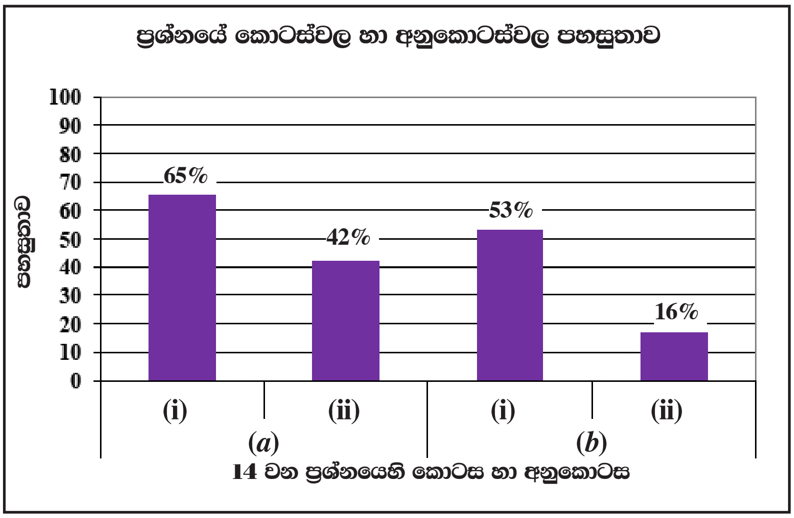
40

---

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 89% කි. මෙහි පහසුතාව 44% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 26% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 33% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 28% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 12% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 4ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*a*) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 65%කි. අඩුම පහසුතාව (*b*) හි (ii) අනුකොටසට වන අතර එය 16%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

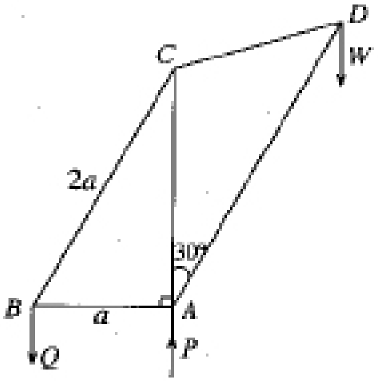
මෙම ප්‍රශ්නය (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටස දෛශික වීජීය ඇසුරෙන් ද (*b*) කොටස ඒකතල බල පද්ධති ඇසුරෙන් ද සමන්විත වේ. (*a*) හි (i) අනුකොටස දෛශික ආකලනය හා දෛශික දෙකක සමානතාවය පිළිබඳ අවබෝධය මත පදනම් වී ඇති අතර අපේක්ෂකයන් බොහෝ දෙනෙක් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇත. එහි පහසුතාවය 65% ක් වේ. (*a*) (ii) හි අනුකොටසෙහි තිත් ගුණිතය නිවැරදිව ලබාගෙන තිබූ අතර දී ඇති දත්තය භාවිත කිරීමේදී සිදුවී තිබූ දෝෂ නිසා පිළිතුරු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. (*b*) කොටස අනුකොටස් දෙකකින් යුක්ත වන අතර වැඩිම පහසුතාව 53% ක් වන අතර එය (i) අනුකොටසට ද, අඩුම පහසුතාව 16% ක් වන අතර එය (ii) අනුකොටසට ද අදාළ වේ. දෙන ලද බල පද්ධතිය බණ්ඩාංක තලයේ ජ්‍යාමිතිකව ස්ථාන ගත කිරීමේදී සිදුවී ඇති දෝෂ නිසා ඇතැම් සිසුන් මුලදීම ගැටලුව වරද්දා ගෙන තිබිණි. අනතුරුව බල ඝූර්ණය සෙවීමේ සමීකරණ ද දෝෂ සහිත ලියා තිබුණි. බල යුග්මය ද ආශ්‍රිතව වන බල පද්ධති ගැටලු විසඳීමේ දුර්වලතාවයක් දක්නට ලැබුණි. මෙවන් ගැටලු ආශ්‍රිත අභ්‍යාස සඳහා සිසුන් යොමු කිරීමෙන් මෙම දුර්වලතාව මඟ හරවා ගත හැකිය. බලයේ යෙදුම් ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සෘණ වූ අවස්ථාවලදී සිසුන් ඝූර්ණ ගැනීමට අවශ්‍ය ලම්බ දුර සඳහා ද එම සෘණ අගයම භාවිත කර තිබීම නිසා සිදුව තිබූ දෝෂය මඟ හරවා ගැනීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්විය යුතුය. බල යුග්ම අවශ්‍ය පරිදි හසුරුවා ගැනීම සම්බන්ධව ද සිසුන් තුළ දුර්වලතාවයක් ඇති බව පෙනෙන්නට තිබුණි. තුල්‍ය බල පද්ධති ආශ්‍රිතව වන සරල ගැටලු ලබා දීමෙන් සිසුන්ගේ මෙම දුර්වලතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

15 වන ප්‍රශ්නය

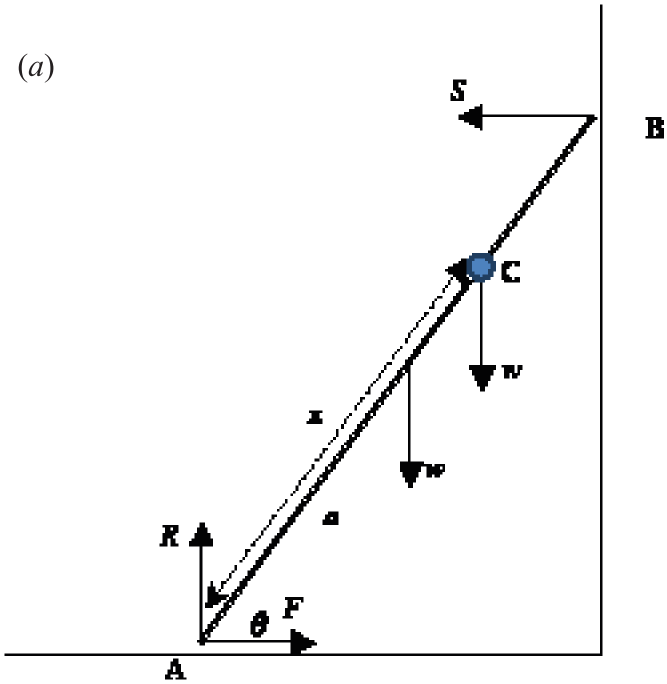
15. (a) බර W හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර රළු තිරස් බිමක් මත හා B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. දණ්ඩ බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටන අතර, එය තිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි; මෙහි $\tan\theta = \frac{3}{4}$ වේ. $AC = x$ ලෙස දණ්ඩ මත වූ C ලක්ෂ්‍යයට බර W වූ අංශුවක් සවි කර ඇත. අංශුව සහිත දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ ඇත. දණ්ඩ හා බිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{5}{6}$ වේ. $x \leq \frac{3a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(b) යාබද රූපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, AB, BC, AC, CD හා AD සැහැල්ලු දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කර සාදා ඇත. $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = CD$ හා $C\hat{A}D = 30^\circ$ බව දී ඇත. බර W වූ භාරයක් D හි එල්ලෙන අතර පිළිවෙළින් A හා B හි දී **රූපයේ දක්වා ඇති දිශාවලට** ක්‍රියාකරන P හා Q සිරස් බලවල ආධාරයෙන් AB තිරස් ව හා AC සිරස් ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබේ. Q හි අගය W ඇසුරෙන් සොයන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, **ඒ නයින්**, දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල සොයා, මෙම ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.



(a)



AB දණ්ඩට A ↺

$S.\,2a\sin\theta = W(a\cos\theta + x\cos\theta)$ (15)

$\Rightarrow S.\,2a\,.\,\frac{3}{5} = W(a+x).\,\frac{4}{5}$

$\Rightarrow S = \frac{2W(a+x)}{3a}$ (5)

විභේදනයෙන්

$\rightarrow \quad F = S = \frac{2W(a+x)}{3a}.$ (5)

$\uparrow \quad R = 2W.$ (5)

$F \leq \mu R$ හා $\mu = \frac{5}{6}$

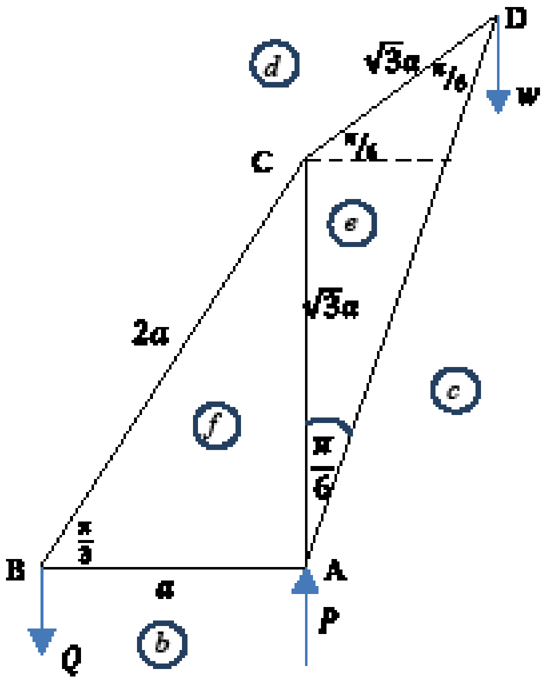
(5) $\Rightarrow \frac{2W(a+x)}{3a} \leq \frac{5}{6}\cdot 2W$ (5)

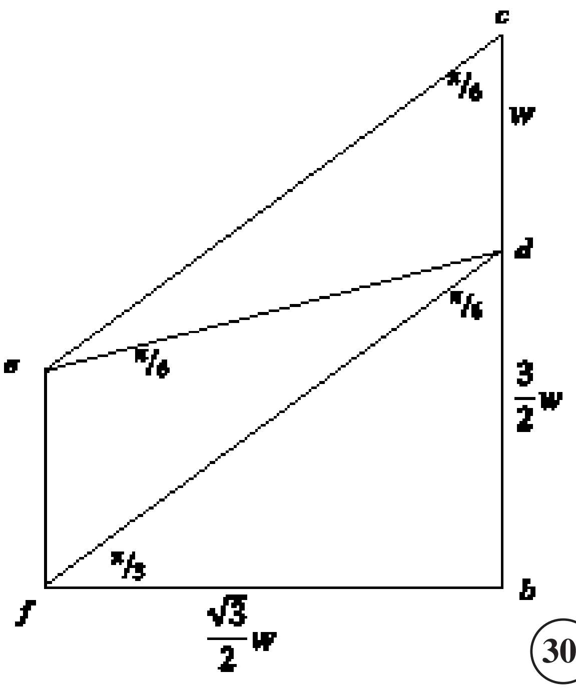
$\Rightarrow a + x \leq \frac{5a}{2}$

$\Rightarrow x \leq \frac{3a}{2}.$ (5)

$\tan\theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{5}$ හා $\cos\theta = \frac{4}{5}.$ (5)

60





(30)

$AD = 2(\sqrt{3}\, a \cos 30^\circ) = 3a$

A ↻ $Qa = W\ AD \cos 60^\circ$

$\Rightarrow Q = \frac{3}{2}W$ (10)

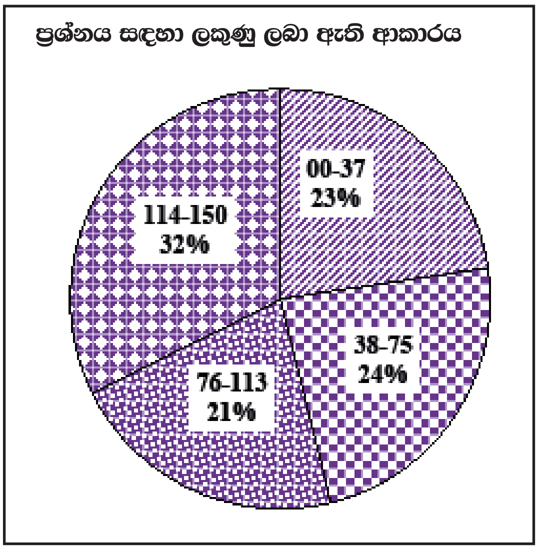
$\uparrow P = Q + W \Rightarrow P = \frac{5}{2}W$

දණ්ඩ	ආතති	තෙරපුම
AB		$\frac{\sqrt{3}}{2}W$
BC	$\sqrt{3}W$	
AC		W
CD	W	
AD		$\sqrt{3}W$

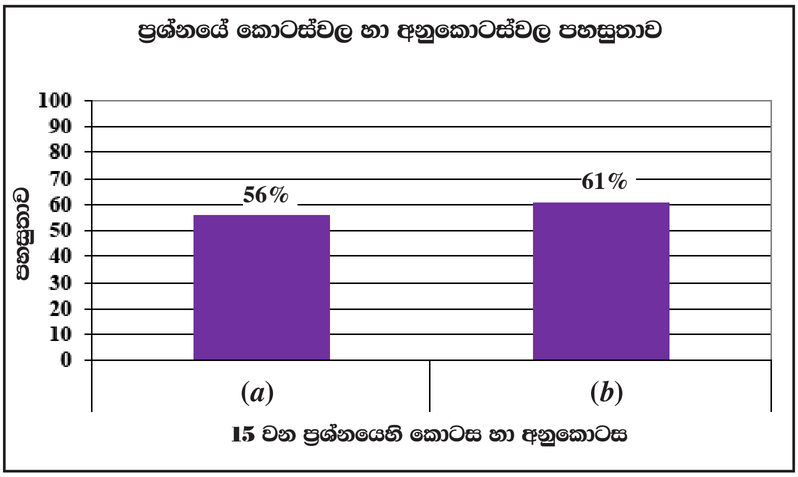
(50)

90

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 93% කි. මෙහි පහසුතාව 59% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 23% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 24% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 21% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 32% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 2ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*b*) හි වන අතර එය 61%කි. අඩුම පහසුතාව (*a*) කොටසට වන අතර එය 56%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 93%ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 59%කි. මෙය (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටස ඝර්ෂණය ඒකකයෙන් ද (*b*) කොටස රාමු සැකිලිවල සමතුලිතතාව ඒකකයෙන් ද සමන්විත වේ. (*a*) කොටසෙහි පහසුතාව 56%ක් ද (*b*) කොටසෙහි පහසුතාව 61%ක් ද වේ. (*a*) කොටසෙහි ඝූර්ණය ගැනීමේදී දෝෂ සහිත ප්‍රකාශන ලියා තිබුණි. සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාව පමණක් සලකා තිබීම නිසා අවශ්‍ය පිළිතුර ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. ප්‍රත්‍යාබල රූපය ඇඳීමේදී ශීර්ෂ කෝණ දෝෂ සහිතව ලකුණු කර තිබීම නිසා ප්‍රත්‍යාබලවල විශාලත්ව නිවැරදි ව ලබා නොතිබිණි. ප්‍රත්‍යාබල සටහන දෝෂ සහිත බව නිසාම ප්‍රත්‍යාබලවල ස්වභාවය වරදවා ලියා තිබුණි.

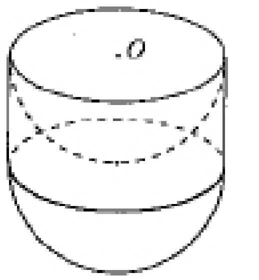
ඝර්ෂණය ආශ්‍රිත සමතුලිතතාවය පිළිබඳව සරල ගැටලු ලබා දීමෙන් හා ඝර්ෂණය පිළිබඳව සරල ගැටලු ලබා දීමෙන් ඝර්ෂණය පිළිබඳ මූලධර්ම තහවුරු කිරීමෙන් මෙවැනි වැරදි සිදුවීම අවම කරවා ගත හැකිය. රාමු සැකිල්ලේ වන ජ්‍යාමිතික ලක්ෂණ නිවැරදිව භාවිත කිරීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහන නිවැරදිව ඇඳ ගත හැකි බවට සිසුන්ට ඒත්තු ගැන්විය යුතුය. ප්‍රත්‍යාබල සටහනේ ජ්‍යාමිතිය ඇසුරෙන් ප්‍රත්‍යාබලවල විශාලත්වය සරලව පහසුවෙන් ලබා ගත හැකි බව සිසුන්ට මඟ පෙන්වීම යෝග්‍ය වේ.

(*b*) කොටසේ දී ඇති රාමු සැකිලි රූපය පිළිතුරු පත්‍රයට පිටපත් නොකර බෝ අංකනය යෙදීම පිණිස ප්‍රදේශ ලකුණු කිරීමකින් තොරව ප්‍රත්‍යාබලවල විශාලත්ව හා ස්වභාවයන් සොයා තිබුණි. මෙහිදී ලකුණු ලැබීම අවම වන අතර එසේ නොකිරීමට සිසුන්ට උපදෙස් දීම යෝග්‍ය වේ. මෙමගින් මෙවැනි ගැටලු විසඳීමේදී වන අපහසුතා මඟ හරවා ගත හැකිය.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{8}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

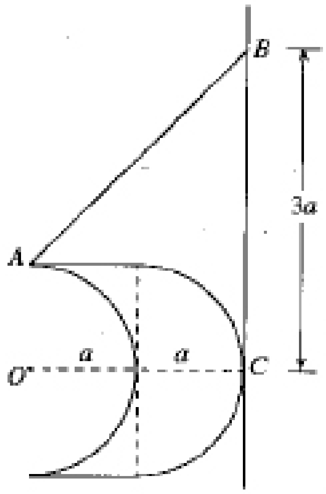
අරය a, උස a හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර කොටසක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. දැන්, යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසෙහි වෘත්තාකාර මුහුණතට අරය a හා ඝනත්වය $\lambda\rho$ වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක වෘත්තාකාර මුහුණත සවි කරනු ලබන්නේ, ඒවායේ සමමිතික අක්ෂ දෙක සම්පාත වන පරිදි ය. මෙලෙස සාදාගනු ලබන S වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ගැටියේ O කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{(11\lambda + 3)a}{4(2\lambda + 1)}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

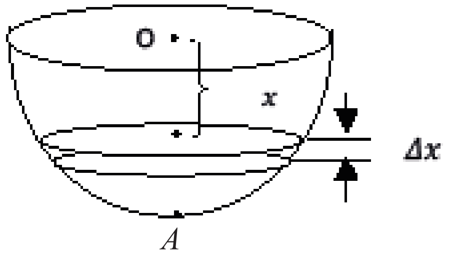


$\lambda = 2$ යැයි ද A යනු S වස්තුවෙහි වෘත්තාකාර ගැටිය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු.

මෙම S වස්තුව රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ, A ලක්ෂ්‍යයට හා සිරස් බිත්තිය මත වූ B අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම සමතුලිත පිහිටීමේ දී S හි සමමිතික අක්ෂය බිත්තියට ලම්බව පිහිටන අතර S හි අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය B ලක්ෂ්‍යයට $3a$ දුරක් සිරස් ව පහළින් වූ C ලක්ෂ්‍යයේ දී බිත්තිය ස්පර්ශ කරයි. (යාබද රූපය බලන්න.) O, A, B හා C ලක්ෂ්‍ය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි.

μ යනු බිත්තිය හා S හි අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය නම්, $\mu \ge 3$ බව පෙන්වන්න.





(5)

සමමිතියෙන් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G, OA මත පිහිටයි.

$OG = \overline{x}$ යයි ද ρ ඝනත්වය යයි ද ගනිමු. එවිට

$$\Delta m = \pi(a^2 - x^2)\Delta x \rho$$

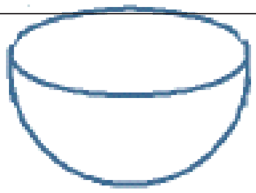
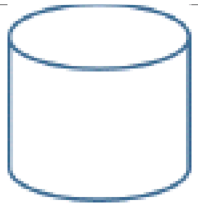
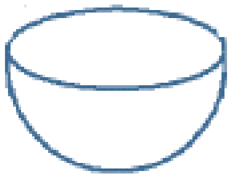
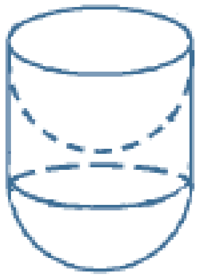
$$\bar{x} = \frac{\int_0^a \pi(a^2 - x^2)\rho x \, dx}{\int_0^a \pi(a^2 - x^2)\rho \, dx} \qquad (15)$$

$$= \frac{\int_0^a (a^2x - x^3)\, dx}{\int_0^a (a^2 - x^2)\, dx} \qquad = \frac{\left(a^2\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^a}{\left(a^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^a} \qquad (10)$$

(5)

$$= \frac{\left(\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right)}{\left(a^3 - \frac{a^3}{3}\right)} = \frac{3}{8}a$$

එම නිසා O සිට ස්කන්ධය කේන්ද්‍රයට $\frac{3}{8}a$ දුර වේ. (5) **40**

වස්තුව	ස්කන්ධය	O සිට දුර
	$\frac{2}{3}\lambda\pi a^3\rho$ (5)	$\frac{11}{8}a$ (5)
	$\pi a^3\rho$ (5)	$\frac{1}{2}a$ (5)
	$\frac{2}{3}\pi a^3\rho$ (5)	$\frac{3}{8}a$ (5)
	$\left(\frac{2}{3}\lambda + \frac{1}{3}\right)a^3\rho$ (5)	$\bar{x}$

සමමිතිය මගින් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

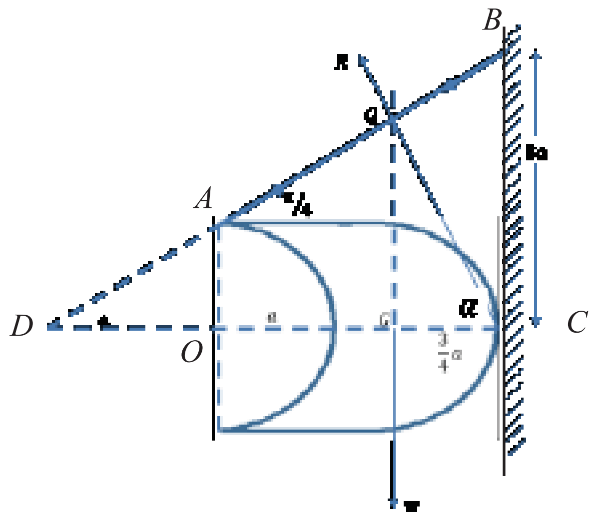
$$\frac{1}{3}(2\lambda+1)\pi a^3\rho\bar{x}_1=\frac{11}{8}a\times\frac{2}{3}\pi a^3\lambda\rho+\frac{a}{2}\times\pi a^3\rho-\frac{3}{8}a\frac{2}{3}\pi a^3\rho$$ (25)

$$\frac{1}{3}(2\lambda+1)\bar{x}=\frac{11}{8}a\times\frac{2\lambda}{3}+\frac{a}{2}-\frac{3a}{8}\times\frac{2}{3}$$

$$=\frac{11\lambda}{12}a+\frac{a}{2}-\frac{a}{4}=\frac{1}{12}(11\lambda+3)a$$

$$\bar{x}=\frac{(11\lambda+3)a}{4(2\lambda+1)}$$ (10)

75



$\lambda=2$ විට $\bar{x}=\frac{5a}{4}$ (5)

සමතුලිතතාව සඳහා,

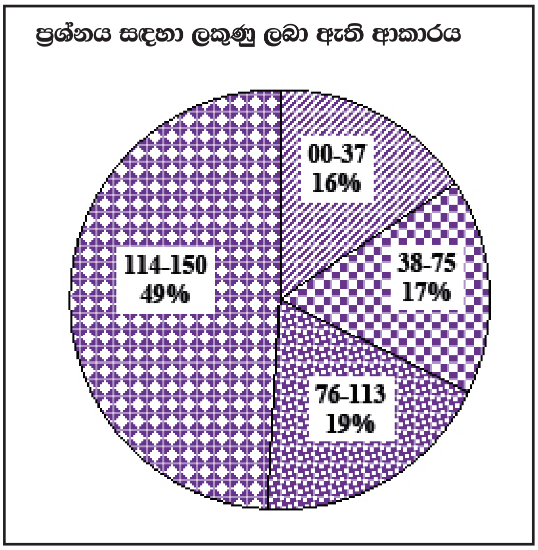
(10) $\mu\geq\tan\alpha=\frac{QG}{GC}=\frac{\frac{9a}{4}}{\frac{3a}{4}}=3.$ (5) (5)

$\therefore\mu\geq3.$ (5)

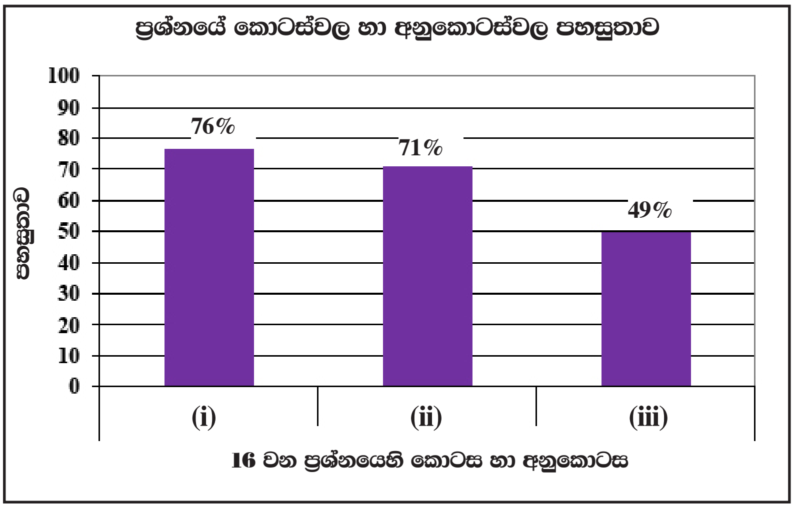
35

---

16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 69% කි. මෙහි පහසුතාව 67% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 16% ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 17% ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 19% ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 49% ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 3ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (i) අනුකොටසට වන අතර එය 76%කි. අඩුම පහසුතාව (iii) අනුකොටසට වන අතර එය 49%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 69%ක් මෙම ගැටලුව තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 67%ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ. ඒවායේ පහසුතාවන් 49% සිට 76% පරාසයෙහි පිහිටයි. මූලධර්ම සඳහා බොහෝ සිසුන් නිවැරදි පිළිතුරු ලියා තිබිණි. එහි පහසුතාව 76%කි. (ii) අනුකොටසේ වන සංයුක්ත වස්තුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෙවීමේදී සිසුන් සැලකිය යුතු දක්ෂතා පෙන්වා තිබුණි. එහි පහසුතාවය 71%ක් වේ. (ii) අනුකොටසේ දී සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෙවීම අදියර දෙකකට සිසුන් විසින් සිදුකර තිබුණි. එනම් අර්ධ ගෝලය කපා ඉවත් කළ වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෙවීම එක් අවස්ථාවක් ලෙසත් නැවත අර්ධ ගෝලය සවි කිරීමෙන් ලද වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෙවීම තවත් අවස්ථාවක් ලෙසත් සලකා තිබිණි. මෙය කාලය අමතරව වැය වීමක් බව පෙනෙයි.

(iii) වන අනුකොටසේ වන බල රූප සටහන ඇඳීමේදී වූ දුර්වලතා නිසා පිළිතුර ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි. අංශුවක සමතුලිතතාව හා දෘඪ වස්තුවක සමතුලිතතාවය පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමේ ප්‍රවීණතාවය ලබා ගත හැකි වන සේ සිසුන්ට අභ්‍යාස ඉදිරිපත් කර කටයුතු කිරීමෙන් මෙවැනි ගැටලු විසඳීමේ හැකියාව වර්ධනය කර ගත හැකිය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) ආයතනයක එක්තරා රැකියාවකට අයදුම් කරන සියලු ම අයදුම්කරුවන් අභියෝගතා පරීක්ෂණයකට පෙනීසිටීම අවශ්‍ය වේ. මෙම අභියෝගතා පරීක්ෂණයෙන් A ශ්‍රේණියක් ලබන අය රැකියාව සඳහා තෝරාගනු ලබන අතර, ඉතිරි අයදුම්කරුවන් සම්මුඛ පරීක්ෂණයකට මුහුණ දිය යුතු ය. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 60% ක් A ශ්‍රේණි ලබන බව ද ඒ අයගෙන් 40% ක් ගැහැනු අය බව ද සමීක්ෂණයක දී සොයා ගෙන ඇත. සම්මුඛ පරීක්ෂණයට මුහුණ දෙන අයදුම්කරුවන්ගෙන් 10% ක් පමණක් තෝරාගනු ලබන අතර එයින් 70% ක් ගැහැනු අය වෙති.

(i) මෙම රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තෝරාගනු ලැබීමේ,

(ii) රැකියාවට තෝරාගනු ලැබූ පිරිමි අයකු අභියෝගතා පරීක්ෂණයට A ශ්‍රේණියක් ලබා තිබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා රෝහලක රෝගීන් 100 දෙනකුගේ ප්‍රතිකාර ලබා ගැනීමට පෙර රැඳී සිටි කාල (මිනිත්තුවලින්) එක් රැස් කරනු ලැබේ. එම එක් එක් කාලයෙන් මිනිත්තු 20ක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන අන්තර එක එකක් 10න් බෙදීමෙන් ලැබෙන අගයන්ගේ ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙයි.

අගයන්ගේ පරාසය	රෝගීන් ගණන
−2 — 0	30
0 — 2	40
2 — 4	15
4 — 6	10
6 — 8	5

මෙම වගුවෙහි දී ඇති ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

ඒ නයින්, රෝගීන් 100 දෙනා රැඳී සිටි කාලවල මධ්‍යනාය μ සහ සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

තව ද $\kappa = \frac{\mu - M}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන කුටිකතා සංගුණකය κ නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු රෝගීන් 100 දෙනා රැඳී සිටි කාලවල මානය වේ.

(*a*) X = රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තේරීම

A = අභියෝගතා පරීක්ෂණය සඳහා A සාමාර්ථයක් ලබා ගැනීම

(i) $P(X) = \frac{3}{5}\times\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\times\frac{1}{10}\times\frac{3}{10} = \frac{93}{250}$ (10)

(10) (10)

30

---

(10)

(ii) $P(A/X) = \frac{P(X\cap A)}{P(X)} = \frac{\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}}{\frac{93}{250}} = \frac{30}{31}$ (10)

(10)

30

---

(5) (5) (5)

(*b*)

අගය පරාසය	f	මධ්‍ය අගය y	y^2	fy	fy^2
−2 – 0	30	−1	1	−30	30
0 – 2	40	1	1	40	40
2 – 4	15	3	9	45	135
4 – 6	10	5	25	50	250
6 – 8	5	7	49	35	245
	$\Sigma f = 100$			$\Sigma fy = 140$	$\Sigma fy^2 = 700$

(5) (5)

මධ්‍යන්‍යය : $\mu_y = \frac{\Sigma fy}{\Sigma f} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$. (5)

(5)

සම්මත අපගමනය : $\sigma_y^2 = \frac{\Sigma fy^2}{\Sigma f} - \mu_y^2 = \frac{700}{100} - \frac{49}{25}$, $\sigma_y = \frac{\sqrt{504}}{10} \approx 2.24$.

(5) (5)

45

$y = \frac{x-20}{10} \implies x = 10y + 20.$

එවිට $\mu = 10\mu_y + 20 = 10\left(\frac{7}{5}\right) + 20 = 34.$ (5)

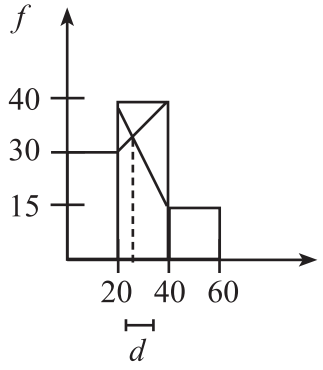
(5)

$\sigma = 10\sigma_y \approx 10(2.24) \approx 22.4.$

(5) (5)

20

මාතය M සෙවීම සඳහා



y හි පරාසය	x හි පරාසය	සංඛ්‍යාතය
– 2 – 0	0 – 20	30
0 – 2	20 – 40	40
2 – 4	40 – 60	15

(5) $\dfrac{d}{40-30} = \dfrac{20-d}{40-15} \Rightarrow d = \dfrac{40}{7}$ (5) $\Rightarrow M = 20 + \dfrac{40}{7}$ (5) ≈ 25.71 (5)

$k = \dfrac{\mu - M}{\sigma} = \dfrac{34 - 25.71}{22.4} \approx 0.37$ (5)

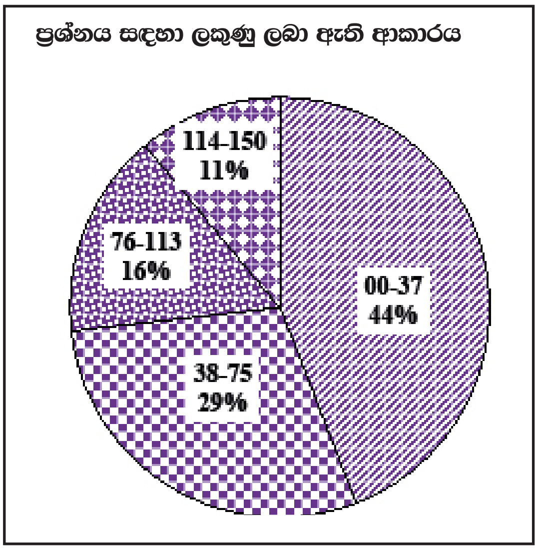
25

වෙනත් ක්‍රමයක්

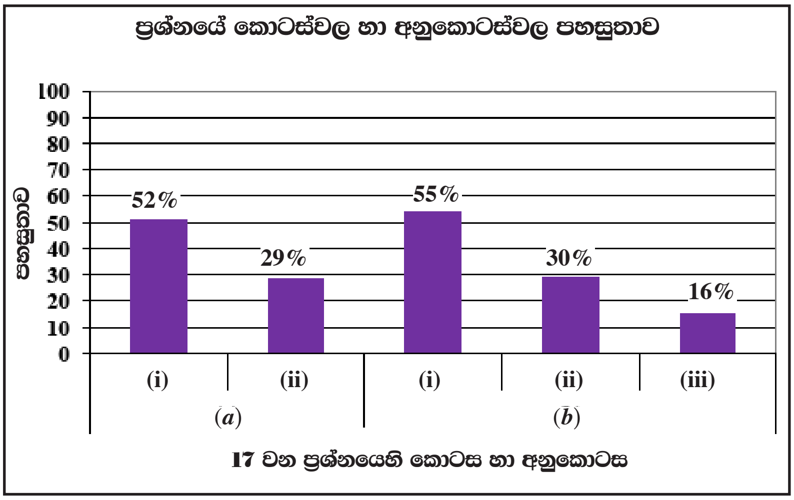
$M = L_{MO} + C\left(\dfrac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) = 20 + 20\left(\dfrac{10}{10+25}\right) \approx 25.71$ (5)

(10) (5)

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 55% කි. මෙහි පහසුතාව 39% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් වෙන් කර ඇත.
ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 44%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 29%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 16%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 11%ක් පමණ ද,
යන ලෙස ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 5ක් ඇත. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (*b*) හි (i) අනුකොටසට වන අතර එය 55%කි. අඩුම පහසුතාව (*b*) හි (iii) අනුකොටසට වන අතර එය 16%කි.

[11 වන පිටුවේ 9 වන ප්‍රස්තාරයට අනුව]

මෙම ප්‍රශ්නය ද (*a*) හා (*b*) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (*a*) කොටස සම්භාවිතා මාතෘකාවෙන් ද (*b*) කොටස සංඛ්‍යානය මාතෘකාවෙන් ද සකස් කර ඇත. (*a*) කොටසෙහි පහසුතාව 41%ක් ද (*b*) කොටසෙහි පහසුතාව 34%ක් ද වේ. (*a*) කොටස අනුකොටස් දෙකකින් යුක්ත වන අතර මුළු සම්භාවිතා ප්‍රමේයය හා බේයස් ප්‍රමේයය පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කෙරෙයි. (i) අනුකොටස රුක් සටහන් මගින්ද සාදා තිබූ අතර ඒ සඳහා නිවැරදිව පිළිතුරු ලබා තිබුණි. එහෙත් (ii) අනුකොටසට පිළිතුරු ලබා ගැනීම ඔවුන්ට දුෂ්කර වී තිබුණි.

(*b*) කොටස අනුකොටස් තුනකින් සමන්විත වේ. එහි පහසුතාවය 34%ක් වේ. (*b*) හි (i) අනුකොටසේ මධ්‍යයනය හා සම්මත අපගමනය නිවැරදිව සෙවීම බොහෝ සිසුන් සාර්ථකව සිදුකර තිබුණි. සම්මත අපගමනයේ අවසාන පිළිතුර සුළු කර දැක්වීම අවශ්‍ය නොවීම සිසුන්ට පහසුවක් විය. (*b*) හි (ii) අනුකොටසින් විචල්‍ය පරිවර්තනයෙන් (කේතන ක්‍රමය) මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන අයුරු පරීක්ෂාවට ලක්කර තිබුණි. (iii) අනුකොටසේ දී කුටිකතාව සෙවීම පිළිබඳ දැනුම පරීක්ෂා කොට තිබුණි. පන්ති ප්‍රාන්තරවලට හා පන්ති ලකුණ සෘණ අගයන් වීම සිසුන් ගැටලුවක් කර ගෙන තිබුණි. මේ නිසා ලකුණු අඩුවී තිබුණි. පරිවර්තනය කරන ලද කාලය භාවිත කර අනුරූප මුල් පන්ති ප්‍රාන්තර සලකා එම දත්තවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන ලද සිසුන් උපදෙස්වලට පටහැනිව ක්‍රියාකරන ලද බැවින් ඔවුන්ට ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබුණි. (iii) අනුකොටසේ දී කුටිකතාව සෙවීමට අවශ්‍ය කරන මාතය සෙවීම දෙන ලද පරිවර්තන දත්ත භාවිත කර මාතය සෙවීමට යාම නිසා මාතයට වැරදි අගයක් ලබාගෙන තිබුණි. මෙය කුටිකතාව සෙවීම වැරදීමට හේතු විය. සාම්ප්‍රදායික ගැටලුවලින් බැහැරවූ මෙවනි ගැටලු සිසුන්ට ලබා දී ඒවාට සිසුන් හුරුකරවීම මගින් ඔවුන්ගේ මෙම දුෂ්කරතාව මඟ හරවා ගත හැක.

III කොටස

3.0 පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා :

3.1. පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු :

පොදු උපදෙස් :

- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඇති මූලික උපදෙස් කියවා හොඳින් තේරුම් ගත යුතුය.
- ★ I පත්‍රයේත්, II පත්‍රයේත් A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.
- ★ I පත්‍රයේත්, II පත්‍රයේත් B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 7න් තෝරා ගත් ඕනෑම ප්‍රශ්න 5කට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.
- ★ B කොටසෙහි සෑම ප්‍රධාන ප්‍රශ්නයක්ම අලුත් පිටුවකින් ආරම්භ කළ යුතුය.
- ★ අයදුම්කරුගේ විභාග අංකය සෑම පිටුවකම අදාළ ස්ථානයේ ලිවිය යුතුය.
- ★ ප්‍රශ්න අංක හා අනුකොටස් අංක නිවැරදිව ලිවිය යුතුය.
- ★ සියලුම ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා ඉලක්කගත නිවැරදි තෝරා ගැනීමක් සිදුකර පිළිතුරු ලිවීමට යොමු විය යුතුය. ප්‍රශ්න යටතේ දී ඇති තොරතුරුත්, ලබා ගත යුතු පිළිතුරු හෝ සාධනය කළ යුතු ප්‍රතිඵල කවරේ ද යන්න පැහැදිලිව අවබෝධ කර ගැනිමින් කරුණු සංවිධානය කර ගත යුතුය.
- ★ ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමේදී දී ඇති කාලය ප්‍රශ්නයට අනුරූපිව කළමනාකරණය කර ගැනීමට සිසුන් වග බලා ගත යුතුය.
- ★ පැහැදිලි අත් අකුරින් පිළිතුරු සැපයීම කළ යුතුය. පිළිතුරු ලිවීමේදී නිල් පාට හෝ කළු පාට පෑන් පමණක් භාවිත කළ යුතු වේ. අනෙකුත් පාට පෑන් මකන දියර භාවිතය සිදු නොකළ යුතුය. රූප සටහන් ඇඳීමේදී පැන්සල් භාවිතය වඩාත් යෝග්‍ය වේ.
- ★ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සැපයීම ප්‍රමාණවත්ව තිබියදී ඇතැම් අපේක්ෂකයන් ප්‍රශ්න 5 කට වැඩියෙන් පිළිතුරු ලිවුවද නිසා අමතර ප්‍රශ්නවලට ලකුණු ලබා නොදෙනු ඇත. මේ නිසා B කොටසේ ප්‍රශ්න 5 කට වඩා පිළිතුරු සැපයීම කාලය අපතේ යෙදවීමක් ලෙස පෙනේ. මෙම දුර්වලතාවය මග හරවා ගැනීමට පිළිතුරු ලිවීමට පෙර අපේක්ෂකයන්ට දී ඇති අතිරේක කාලය ප්‍රයෝජනයට ගත හැක. මෙම කාලයේදී ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා තේරුම් ගෙන තමාට වඩාත්ම හුරු පහසුවෙන් පිළිතුරු සැපයිය හැකි ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සැපයීම කළ හැකිවේ.

විශේෂ උපදෙස් :

- ★ තෝරා ගත් ප්‍රශ්න හොඳින් තේරුම් ගෙන අසා ඇති ප්‍රශ්නවලට ගැළපෙන පිළිතුර ලියා දක්වන්න.
- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඇති අපෝහනය, එ නයින්, සත්‍යාපනය වැනි වචන කෙරෙහි අවධානය යොමු කර පිළිතුරු සපයන්න.
- ★ අසා ඇති ප්‍රශ්නයට අදාළ මූලධර්ම සැලකිල්ලට ගෙන එම මූලධර්මවලට අනුව පිළිතුරු සපයන්න.

★ හැකි සෑම අවස්ථාවකම සමගාමී සමීකරණ විසඳීම වෙනුවට නොදන්නා පද ගණන අවම වන සේ සමීකරණ ගොඩ නැඟීමෙන්, සුළු කිරීමේ දෝෂ අවම කරගත හැකිවේ.

★ බලවල විශාලත්ව අවශ්‍ය නොවන අවස්ථාවල "බල තුන ඒක ලක්ෂ්‍ය වේ." වැනි අවශ්‍යතා සලකා ප්‍රතිඵල ජ්‍යාමිතිකව ලබා ගැනීමෙන් ගැටලුවට අවශ්‍ය පිළිතුර පහසුවෙන් ලබා ගත හැකි වේ.

★ උසස් පෙළ විභාගයට පෙනී සිටීමට ප්‍රථම එක් එක් විෂයය කොටස්වලට අදාළ විවිධ වර්ගවල ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු ලියා විභාගයට මුහුණ දීමෙන් වෙනත් රටාවකට දෙන ලද ප්‍රශ්නයකට වුවද පහසුවෙන් පිළිතුරු සැපයීමට ශක්ති අපේක්ෂකයන්ට ලබා ගත හැක. මේ සඳහා ඔබට පාසල් පුස්තකාලය ගණිත සංගමය වැනි දෑ ප්‍රයෝජනයට ගත හැකිය.

★ විෂය නිර්දේශයට හොඳින් සූදානම් වීම අනිවාර්ය වන අතර එමගින් ප්‍රශ්න පත්‍රයේ තමාට සමීප ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමට අවස්ථාව උදාකර ගත හැකිවේ.

★ පිළිතුර කරා එළඹීමට අවශ්‍ය සුළු කිරීම් (සංඛ්‍යාමය, වීජීය හෝ ත්‍රිකෝණමිතික) කටුවැඩ ලෙස සැලකුව ද, පිළිතුර සමඟම පසෙකින් ඉදිරිපත් කරන්න.

★ පිළිතුර සම්පූර්ණ කිරීමට නොහැකි අවස්ථාවලදී වුවද ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු ලබා ගැනීමට අදාළ ඉදිරි පියවර ලියා දැක්වීම බොහෝවිට ඵලදායි විය හැකිය.

★ ප්‍රශ්නයක අග කොටස්වල පවා මුල් කොටස්වලින් ස්වාධීන වූ පහසු කොටස් තිබිය හැකි බැවින්, ප්‍රශ්නයක මුල් කොටස අපහසු වුවද, ප්‍රශ්නය අත් හැර නොයා ඉතිරි කොටස් පිළිබඳව ද අවධානය යොමු කිරීම වැදගත් වේ.

★ සමහර විටෙක යම් අනුකොටසක් සාධනය නොකලද එම ප්‍රතිඵල අවශ්‍ය නම් යෙදීමෙන් ඉතිරි අනුකොටසක් සඳහා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ හැකිය.

3.2. ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා :

- ⋆ විෂය නිර්දේශයෙහි අන්තර්ගත විෂය සන්ධාරය, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් සම්බන්ධ වන බැවින්, තෝරා ගත් විෂය කොටස් වෙනුවට සමස්ත විෂය නිර්දේශයම ආවරණය වන පරිදි ඉගෙනුම, උසස් සාමාර්ථයක් ලබා ගැනීමට මෙන්ම විෂය දැනුම සම්පූර්ණ වීම සඳහා ඉතා වැදගත් වේ.

- ⋆ විෂය නිර්දේශ, ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහ හා බාහිර සම්පත් මූලාශ්‍ර පිළිබඳව ගුරුභවතුන් මෙන්ම සිසුන් ද දැනුවත්වීම හා භාවිතය අවශ්‍ය ය. මේ සඳහා ඔබට www.donets.lk හා www.nie.lk යන ප්‍රමිතිගත වෙබ් අඩවි ප්‍රයෝජනයට ගත හැක.

- ⋆ තම විෂය දැනුම යාවත්කාලීන කර ගැනීමට හා සංවර්ධනය කර ගැනීමට ගුරුභවතුන් වග බලා ගත යුතුය.

- ⋆ පාරිභාෂික පද (Technical Terms), නම්, ම නම් අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාව ආදී පද පිළිබඳව නිදසුන් මගින් සිසුන් දැනුවත් කිරීම වැදගත් වේ.

- ⋆ සංයුක්ත ගණිතය වැනි විෂයයක් ඉගෙනීම විභාග කේන්ද්‍රීය නොවිය යුතු වුවත්, විභාගයේදී භාවිත කරනු ලබන ප්‍රශ්න පත්‍රවලින් ඉහළ ලකුණු ලැබීමට නම් මූලාකෘති ප්‍රශ්න මෙන්ම පෙර වර්ෂවල ප්‍රශ්න පත්‍ර හා ලකුණු දීමේ පටිපාටි පරිශීලනය කර, එක් එක් ප්‍රශ්නයට උපරිම ලකුණු හිමිවන පරිදි වඩාත් සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයිය යුත්තේ කෙසේ දැයි යන්න පිළිබඳව සිසුන් මනා අවබෝධයක් ලබා ගත යුතුය. මේ සඳහා සිසුනට මඟ පෙන්වීම ද ගුරු භවතුන්ගේ වගකීමක් ලෙස සැලකිය යුතුය. පිළිතුරු පත්‍ර ඇගයීම් කටයුතුවල නිරත වීමෙන් ඔබ හඳුනා ගන්නා සිසු ප්‍රබලතා හා දුබලතා සැලකිල්ලට ගෙන ඒ අනුව ඔබගේ ඉගැන්වීම් කටයුතු හසුරුවා ගැනීම සිසුන්ට ඉමහත් පිටුවහලක් වේ.

- ⋆ ගුරුභවතුන්ගේ ප්‍රධාන කාර්ය A සාමාර්ථ ලබා දීමට වඩා අසමත් වීමේ ප්‍රතිශතය අඩු කිරීම විය යුතු බව සලකන්න.

  ඉදිරි විභාගවලදී අපේක්ෂයන්ගෙන් වැඩි දෙනකු ඉහළ ලකුණු මට්ටමකට ගෙන ඒම සඳහා,

  (i) අදාළ මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සරල මට්ටමේ සිට ක්‍රමයෙන් සංකීර්ණ මට්ටම කරා පිවිසෙන විධිමත් අභ්‍යාස කරා යොමු කිරීමත්,

  (ii) ස්වයං අධ්‍යයනය තුළින් තම දැනුම හා භාවිත කුසලතා වර්ධනය කර ගැනීමට යොමු කිරීමත්,

  පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය ආශ්‍රිතව ක්‍රියාත්මක කිරීම ඉතා ඵලදායී වනු ඇත.